

HIDRÁULICA

AUTORES:

**Prof.º Dr.º Sérgio António Neves Lousada
Eng.º Rafael Freitas Camacho**

Ficha Técnica

Título	Hidráulica: aulas práticas.
Autores	Sérgio António Neves Lousada Rafael Freitas Camacho
Editora	Universidade da Madeira
Edição	1ª
Ano da edição	2018
Volumes	I
ISBN	978-989-8805-34-8
Suporte	Eletrónico
Formato	PDF / PDF/A

Índice

ENUNCIADOS.....	15
Capítulo 1 - Introdução.....	17
Capítulo 2 - Equações Fundamentais do Movimento dos Fluidos	19
Capítulo 3 - Hidrostática.....	21
Capítulo 4 - Teorema de Bernoulli e suas Aplicações	23
Capítulo 5 - Teorema da Quantidade de Movimento e suas Aplicações	25
Capítulo 6 - Escoamentos por Orifícios e Descarregadores	27
Capítulo 7 - Análise Dimensional	29
Capítulo 8 - Semelhança.....	31
Capítulo 9 - Escoamentos Sob Pressão	33
Capítulo 10 - Escoamento Permanente em Conduitas condicionado por Máquinas Hidráulicas	35
Capítulo 11 - Escoamentos com Superfície Livre	37
SOLUÇÕES.....	39
Capítulo 1 - Introdução.....	41
Capítulo 2 - Equações Fundamentais do Movimento dos Fluidos	43
Capítulo 3 - Hidrostática.....	47
Capítulo 4 - Teorema de Bernoulli e suas Aplicações	51
Capítulo 5 - Teorema da Quantidade de Movimento e suas Aplicações	55
Capítulo 6 - Escoamentos por Orifícios e Descarregadores	61
Capítulo 7 - Análise Dimensional	65
Capítulo 8 - Semelhança.....	69
Capítulo 9 - Escoamentos Sob Pressão	71
Capítulo 10 - Escoamento Permanente em Conduitas condicionado por Máquinas Hidráulicas	75
Capítulo 11 - Escoamentos com Superfície Livre	79
REFERÊNCIAS	83

Índice de Figuras

Figura 1 – Placa deslizante (Brunetti, 2008).....	17
Figura 2 – Óleo entre duas placas paralelas (Brunetti, 2008).....	17
Figura 3 – Tubo convergente com um gás (Brunetti, 2008).	19
Figura 4 – Tubo convergente/divergente (Brunetti, 2008).	19
Figura 5 – Tubo convergente com ar (Brunetti, 2008).	19
Figura 6 – Fluído escoando entre duas placas (fonte: Autor).....	20
Figura 7 – Prensa hidráulica (Brunetti, 2008).	21
Figura 8 – Manómetro (Brunetti, 2008).....	21
Figura 9 – Tanque retangular (Brunetti, 2008).....	22
Figura 10 – Cilindro parcialmente imerso (Brunetti, 2008).	22
Figura 11 – Tubo de Pitot preso num barco (Brunetti, 2008).....	23
Figura 12 – Condução com tubo de Pitot (Brunetti, 2008).	23
Figura 13 – Condução do tipo Venturi (Brunetti, 2008).	24
Figura 14 – Circuito hidráulico (Vasconcelos, 2005).	24
Figura 15 – Desviador de jato (Brunetti, 2008).	25
Figura 16 – Bocal, jato e placa (Brunetti, 2008).....	25
Figura 17 – Jato e pá defletora fixa (Brunetti, 2008).....	25
Figura 18 – Turbina pelton (Brunetti, 2008).	26
Figura 19 – Turbina instalada numa redução (Brunetti, 2008).....	26
Figura 20 – Barco (Brunetti, 2008).	26
Figura 21 – Reservatório com orifício e tubo de Pitot (Brunetti, 2008).	27
Figura 22 – Sistema de reservatórios (Brunetti, 2008).	27
Figura 23 – Dispositivo (Brunetti, 2008).	27
Figura 24 – Sistema de reservatórios e cubo de madeira (Brunetti, 2008).....	28
Figura 25 – Reservatório com orifício de bordo delgado (Brunetti, 2008).	28
Figura 26 – Sistema de reservatórios com comporta (Brunetti, 2008).....	28
Figura 27 – Líquido ideal que escoar para atmosfera (Brunetti, 2008).....	29
Figura 28 – Vertedor triangular (Brunetti, 2008).	29
Figura 29 – Bomba centrífuga (corte) e curva característica (Brunetti, 2008).	31
Figura 30 – Instalação com 2 reservatórios e 1 bomba (Brunetti, 2008).	33
Figura 31 – Tubo com singularidades (Brunetti, 2008).....	33
Figura 32 – Instalação com reservatórios de grandes dimensões (Brunetti, 2008)..	33
Figura 33 – Instalação condicionada por 2 máquinas hidráulicas (Brunetti, 2008)...	35
Figura 34 – Instalação condicionada por uma máquina hidráulica (Brunetti, 2008). 35	
Figura 35 – Instalação condicionada por uma bomba (Brunetti, 2008).	36
Figura 36 – Secção transversal de um canal (fonte: Autor).....	37
Figura 37 – Distribuição das pressões (fonte: Autor).....	49
Figura 38 – Pá da turbina (Brunetti, 2008).....	57
Figura 39 – Resposta à alínea a) (fonte: Autor).....	70
Figura 40 – Resposta à alínea b) (fonte: Autor).....	70
Figura 41 – Repartição do canal (fonte: Autor).....	79
Figura 42 – Esboço do canal (fonte: Autor).	80
Figura 43 – Esboço de descarregador e canal receptor (fonte: Autor).	81

Índice de Tabelas

Tabela 1 – Fluidos (adaptado de Brunetti, 2008).....	31
Tabela 2 – Curvas característica, universal e semelhante da bomba (fonte: Autor). 70	

Lista de Símbolos e Abreviaturas

SÍMBOLOS

δ_{ij}	Símbolo de Kronecker
∇	Gradiente de deformação
a	Aceleração; Dimensão; Índice
A	Área
b	Dimensão; Índice
c	Dimensão; Índice; Velocidade de propagação das ondas elásticas
C	Coefficiente; Custo
C'	Fator de contração
C ₁	Custo inicial
C ₂	Custo anual de energia
C _c	Coefficiente de contração
C _d	Coefficiente de descarga
C _p	Calor específico
C _v	Calor específico; Coeficiente de velocidade
d	Dimensão; Índice
D	Diâmetro
E	Energia
Eu	Número de Euler
F	Força
f	Função
g	Aceleração gravítica
H	Carga; Energia
h	Altura; Cota
i	Inclinação; Índice; Declive
I	Momento de Inércia
J	Perda de carga unitária
k	Coefficiente
K	Coefficiente de rugosidade
Kn	Número de Kundsén
L	Sustentação; Comprimento
l	Dimensão; Índice
M	Número de Mach; Quantidade de Movimento Total ou Impulsão Total
n	Coefficiente; Índice; Velocidade de rotação
N	Número de rotações
p	Pressão
P	Perímetro; Posição; Potência; Pressão
Q	Caudal; Matriz de transformação
q	Caudal instantâneo
r	Raio
R	Raio hidráulico
S	Área de uma secção; Capacidade de aspiração; Superfície plana

s	Comprimento de uma linha
St	Número de Strouhal
T	Tensor de tensões; Temperatura; Torque
t	Tempo
U	Velocidade média
v	Velocidade
V	Velocidade; Volume
We	Número de Weber
x	Coordenada
y	Altura; Coordenada
Z	Cota topográfica
Δ	Variação
ΔH	Perda de carga
Φ	Função
Ψ	Função
rot	Rotacional
α	Ângulo; Coeficiente
α'	Coeficiente de Boussinesq
γ	Ângulo; Peso volúmico
δ	Coeficiente de tensão superficial
ε	Coeficiente; Grau de reação das turbinas; Parâmetro de rugosidade de Nikuradse
η	Coeficiente; Rendimento; Rotação específica
θ	Ângulo
λ	Coeficiente; Função; Perda de carga;
μ	Coeficiente de viscosidade dinâmica ou absoluta
ρ	Massa volúmica
σ	Tensão superficial
τ	Tensão
u	Coeficiente de viscosidade cinemática ou relativa
χ	Perímetro molhado
ω	Velocidade angular; Vorticidade
ϵ	Tensor taxa de deformação

ABREVIATURAS

Aprox.	Aproximadamente
Cf.	Conforme
CG	Centro de gravidade
CGS	Sistema Centímetro–Grama–Segundo
Cte.	Constante
Eq.	Equação
NA	Nível da água
NPSH	<i>Net Positive Suction Head</i>
RAM	Região Autónoma da Madeira
S.L.	Superfície Livre
SI	Sistema Internacional
T.Q.M.	Teorema da Quantidade do Movimento
Teo.	Teorema
US	<i>United States</i>
USBR	<i>United States Bureau of Reclamation</i>
VRP	Válvula Redutora de Pressão
WES	<i>Waterways Experiment Station</i>

ENUNCIADOS

Capítulo 1 - Introdução

1.1. O peso específico relativo de uma substância é 0.8. Qual será seu peso específico?

1.2. Ache a massa e o peso do ar no interior de uma sala de estar com uma altura de 3.0 m e um piso com uma área de $4.0\text{ m} \times 5.0\text{ m}$. Quais seriam a massa e o peso de um volume igual de água? ($g = 9.8\text{ m/s}^2$)

1.3. Numa tubulação escoo hidrogénio ($k = 1.4$; $R = 4122\text{ m}^2/\text{s}^2\text{K}$), Numa seção (1), $p_1 = 3 \times 10^5\text{ N/m}^2$ (abs) e $T_1 = 30\text{ °C}$. Ao longo da tubulação, a temperatura mantém-se constante. Qual é a massa específica do gás numa seção (2), em que $p_2 = 1.5 \times 10^5\text{ N/m}^2$ (abs)?

1.4. A viscosidade cinemática de um óleo é $0.028\text{ m}^2/\text{s}$ e o seu peso específico relativo é 0.85. Determine a viscosidade dinâmica em unidades dos sistemas MK_pS, CGS e SI. ($g = 10\text{ m/s}^2$)

1.5. Uma placa quadrada de 1.0 m de lado e 20 N de peso desliza sobre um plano inclinado a 30° , sobre uma película de óleo. A velocidade da placa é 2 m/s constante. Qual é a viscosidade dinâmica do óleo, se a espessura da película é de 2 mm ?

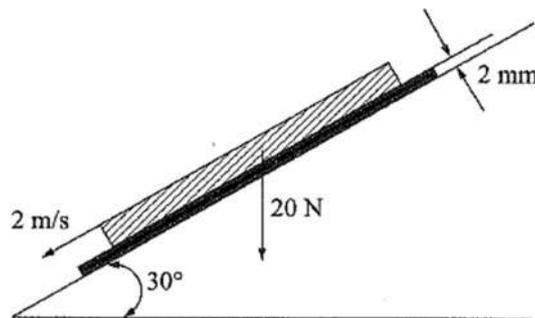


Figura 1 – Placa deslizante (Brunetti, 2008).

1.6. São dadas duas placas paralelas à distância de 2 mm . A placa superior move-se com velocidade de 4 m/s , enquanto a inferior é fixa. Se o espaço entre as duas placas for preenchido com óleo ($\nu = 0.1\text{ St}$; $\rho = 830\text{ kg/m}^3$), qual será a tensão de cisalhamento (ou tangencial) que agirá no óleo?

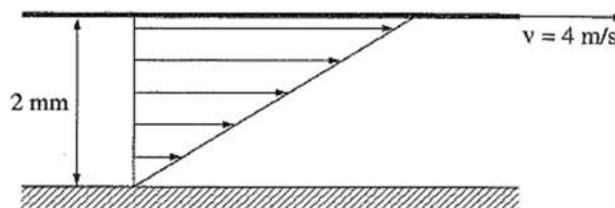


Figura 2 – Óleo entre duas placas paralelas (Brunetti, 2008).

Capítulo 2 - Equações Fundamentais do Movimento dos Fluidos

2.1. Um gás escoa em regime permanente no trecho de tubulação da figura. Na seção (1), tem-se $A_1 = 20 \text{ cm}^2$, $\rho_1 = 4 \text{ kg/m}^3$ e $v_1 = 30 \text{ m/s}$. Na seção (2), $A_2 = 10 \text{ cm}^2$ e $\rho_2 = 12 \text{ kg/m}^3$. Qual é a velocidade na seção (2)?

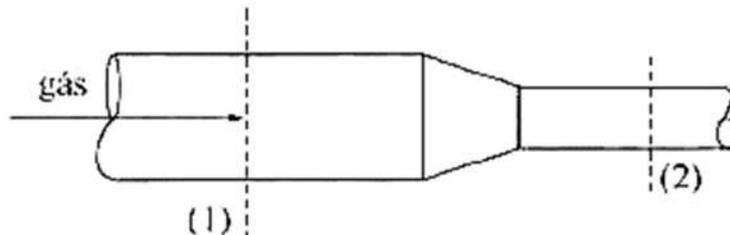


Figura 3 – Tubo convergente com um gás (Brunetti, 2008).

2.2. O Venturi é um tubo convergente/divergente, como é mostrado na figura. Determine a velocidade na seção mínima (garganta) de área 5 cm^2 , se na seção de entrada de área 20 cm^2 a velocidade é 2 m/s . O fluido é incompressível.

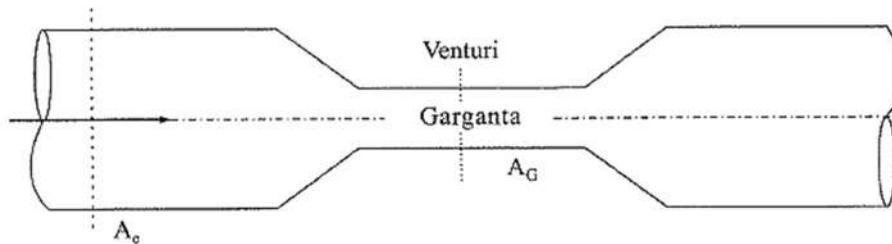


Figura 4 – Tubo convergente/divergente (Brunetti, 2008).

2.3. O ar escoa num tubo convergente. A água da maior seção do tubo é 20 cm^2 e a de menor é 10 cm^2 . A massa específica do ar na seção (1) é de 1.2 kg/m^3 , enquanto que na seção (2) é 0.90 kg/m^3 . Sendo a velocidade na seção (1) 10 m/s , determine os caudais em massa, volume, em peso e a velocidade média na seção (2). ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

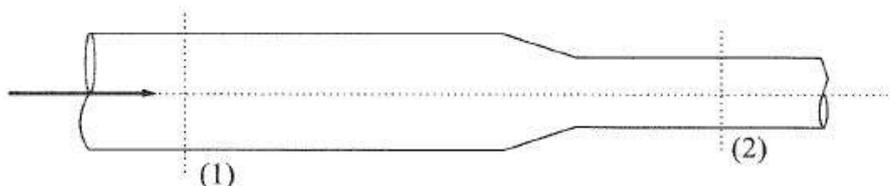


Figura 5 – Tubo convergente com ar (Brunetti, 2008).

2.3. Um tubo admite água ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) num reservatório com caudal de 20 L/s . No mesmo reservatório é trazido óleo ($\rho = 800 \text{ kg/m}^3$) por outro tubo com um caudal de 10 L/s . A mistura homogénea formada é descarregada por um tubo cuja seção tem uma área de 30 cm^2 . Determine a massa específica da mistura no tubo de descarga e a sua velocidade.

2.5. Num plano Oxy , o campo de velocidades é dado por $v_x = 2xt$ e $v_y = y^2t$. Determine a aceleração na origem e no ponto $P = (1,2)$ no instante $t = 5$ s (medidas em cm).

2.6. Um fluido viscoso e incompressível escoa entre duas placas planas verticais conforme mostra a figura 1. Assuma que o escoamento é laminar, permanente uniforme.

a) determine, usando as equações de Navier-Stokes, uma expressão para o gradiente de pressões na direção do escoamento. Expresse dp/dy como uma função da vazão por unidade de largura (q);

b) diga qual seria a vazão se $dp/dy = 0$.

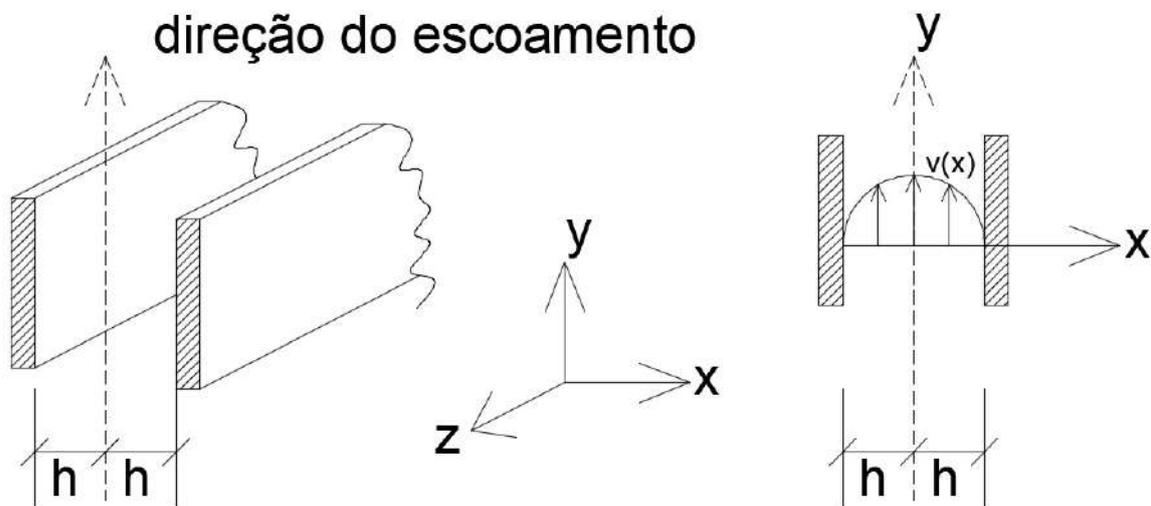


Figura 6 – Fluido escoando entre duas placas (fonte: Autor).

Capítulo 3 - Hidrostática

3.1. A figura mostra, esquematicamente, uma prensa hidráulica. Os dois êmbolos têm, respetivamente, as áreas $A_1 = 10 \text{ cm}^2$ e $A_2 = 100 \text{ cm}^2$. Se for aplicada uma força de 200 N no êmbolo (1), qual será a força transmitida em (2)?

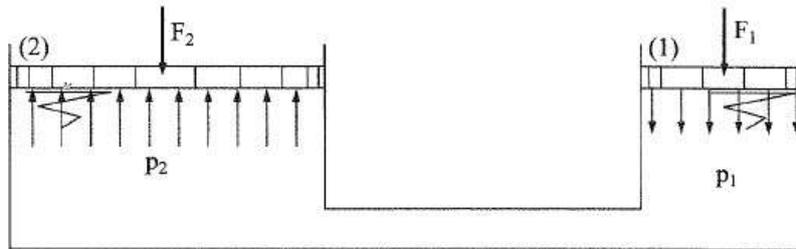


Figura 7 – Prensa hidráulica (Brunetti, 2008).

3.2. Determine o valor da pressão de 340 mmHg em kgf/cm^2 e psi na escala efetiva ou manométrica e em Pa e atm na escala absoluta. ($p_{atm} = 101.2 \text{ kPa}$)

3.3. Um tanque de armazenamento de 12.0 m de profundidade está cheio de água. O topo do tanque é aberto ao ar. Qual é a pressão absoluta no fundo do tanque? Qual é a pressão manométrica? ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$)

3.4. Dado o esquema da figura:

a) Qual é a leitura no manómetro?

b) qual é a força que age sobre o topo do reservatório?

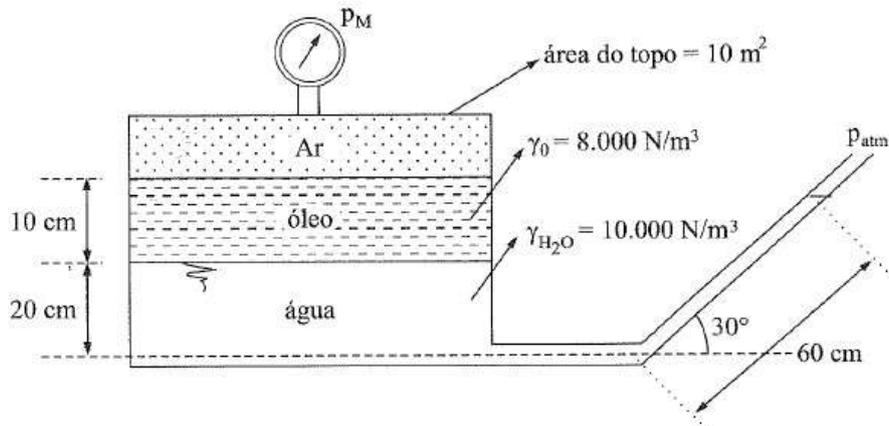


Figura 8 – Manómetro (Brunetti, 2008).

3.5. Um tanque retangular, como o da figura, tem 4.5 m de comprimento, 1.2 m de largura e 1.5 m de altura. Contém 0.6 m de água e 0.6 m óleo. Calcule a força devida aos líquidos nas paredes laterais e no fundo. Dados: $\gamma_1 = 8500 \text{ N/m}^3$; $\gamma_2 = 10000 \text{ N/m}^3$.

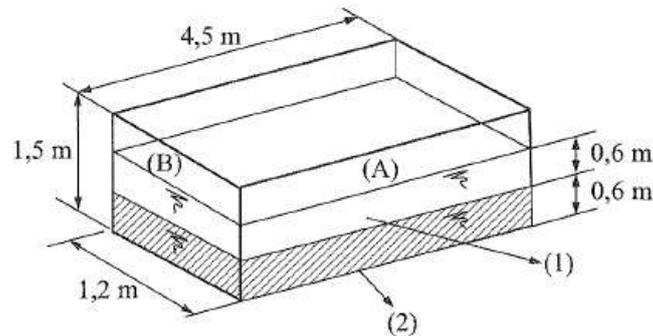


Figura 9 – Tanque retangular (Brunetti, 2008).

3.6. Um cilindro de ferro fundido, com 30 cm de diâmetro e 30 cm de altura, é imerso em água do mar ($\gamma = 10300 \text{ N/m}^3$). Qual é a impulsão que a água exerce no cilindro? Qual seria a impulsão se o cilindro fosse de madeira ($\gamma = 7500 \text{ N/m}^3$)? Nesse caso, qual seria a altura submersa do cilindro?

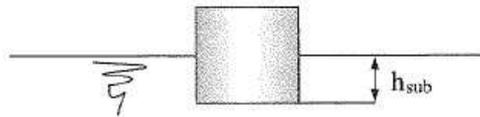


Figura 10 – Cilindro parcialmente imerso (Brunetti, 2008).

Capítulo 4 - Teorema de Bernoulli e suas Aplicações

4.1. Um tubo de Pitot é preso num barco que se desloca a 45 km/h . Qual será a altura (h) alcançada pela água no ramo vertical? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

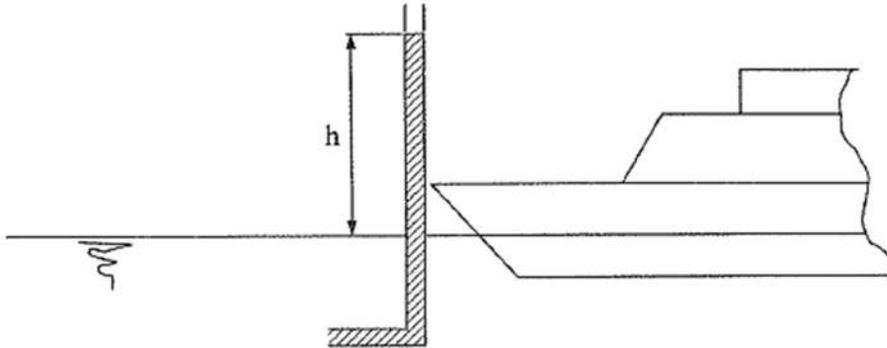


Figura 11 – Tubo de Pitot preso num barco (Brunetti, 2008).

4.2. Dado o dispositivo da figura, calcular o caudal do escoamento da água na conduta. Dados: $\gamma_{H_2O} = 10^4 \text{ N/m}^3$; $\gamma_m = 6 \times 10^4 \text{ N/m}^3$; $p_2 = 20 \text{ kPa}$; $A = 10^{-2} \text{ m}^2$; $g = 10 \text{ m/s}^2$; desprezar as perdas e considerar o diagrama de velocidades uniforme.

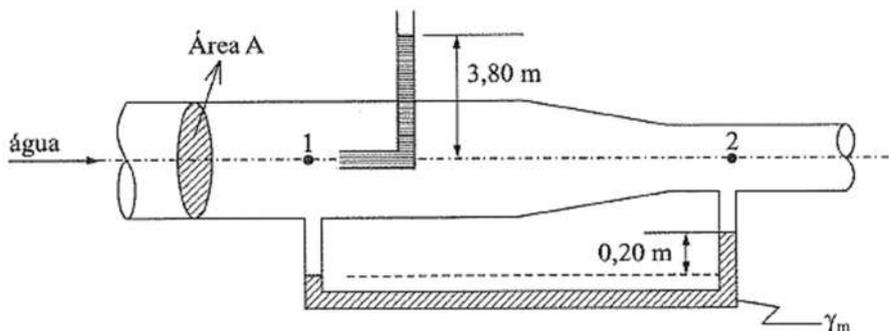


Figura 12 – Conduta com tubo de Pitot (Brunetti, 2008).

4.3. Na conduta da figura, o fluido é considerado ideal. Dados: $H_1 = 16 \text{ m}$; $p_1 = 52 \text{ kPa}$; $\gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$; $D_1 = D_3 = 10 \text{ cm}$. Determine: ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- o caudal em peso;
- a altura h_1 no manómetro;
- o diâmetro da seção (2).

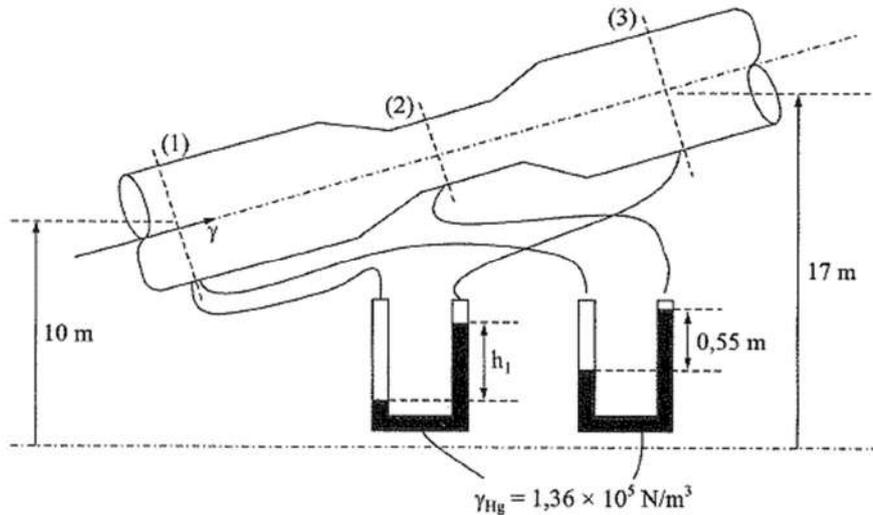


Figura 13 – Conduto do tipo Venturi (Brunetti, 2008).

4.4. Uma bomba está instalada numa conduta de PVC, que liga dois reservatórios com superfície livre às cotas 95 m e 120 m, conforme a figura. A bomba funciona durante 10 horas diárias com um rendimento (bomba-motor) de 85%, elevando um volume de 720 m^3 . Nestas condições determine:

- a) a altura total de elevação da bomba;
- b) o consumo diário de energia;
- c) a pressão da água na secção a montante da curva D.

Nota: Considere os reservatórios de grandes dimensões, $\gamma_{H_2O} = 9800 \text{ N/m}^3$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ e despreze as perdas de carga localizadas.

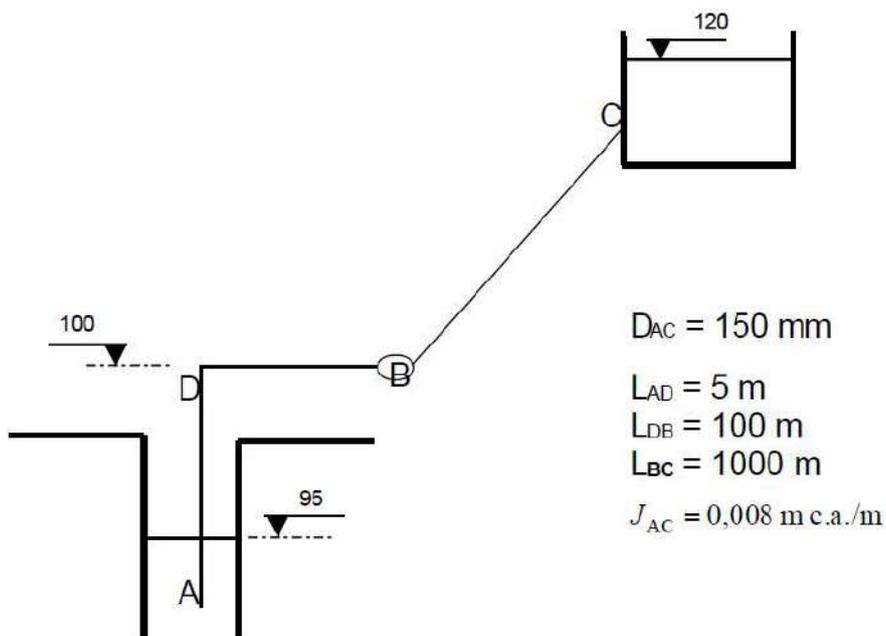


Figura 14 – Circuito hidráulico (Vasconcelos, 2005).

Capítulo 5 - Teorema da Quantidade de Movimento e suas Aplicações

5.1. Um desviador de jato move-se com uma velocidade de 9 m/s . Um bocal de 5 cm de diâmetro lança um jato de óleo com uma velocidade de 15 m/s , tal que o jato incide sobre o desviador, conforme indicado na figura. O ângulo de saída é 60° e o peso específico do óleo é 8000 N/m^3 . Calcule a força do jato contra o desviador. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

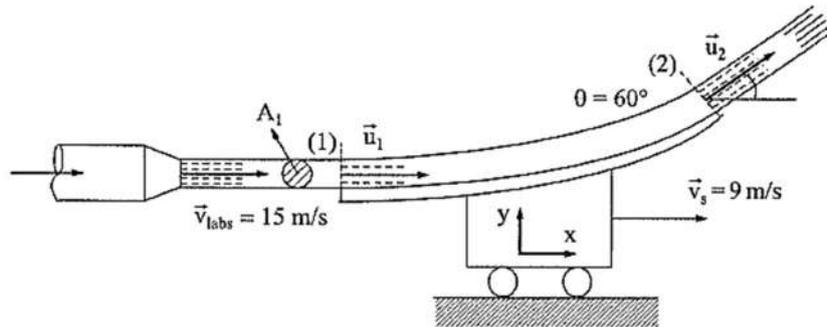


Figura 15 – Desviador de jato (Brunetti, 2008).

5.2. Calcule a força horizontal aplicada sobre o suporte do bocal da figura. Sabendo que a água incide na placa, plana e vertical, e se distribui igualmente em todas as direções, calcule a força que deve ser aplicada na placa para mantê-la em repouso. Dados: $p_1 = 150 \text{ kPa}$; $v_1 = 5 \text{ m/s}$; $D_1 = 10 \text{ cm}$; $D_2 = 5 \text{ cm}$; $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

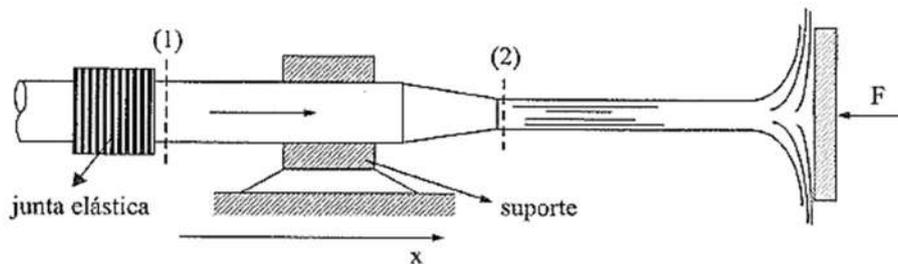


Figura 16 – Bocal, jato e placa (Brunetti, 2008).

5.3. A água que sai de um reservatório de grandes dimensões penetra num conduto de 15 cm de diâmetro e incide sobre uma pá defletora fixa que desvia o jato de 90° , conforme a figura. Sabendo que o empuxo horizontal desenvolvido sobre a pá é 1000 N , determine a potência da turbina. Dados: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; a perda de carga da tubulação é desprezível; $\eta_T = 70\%$.

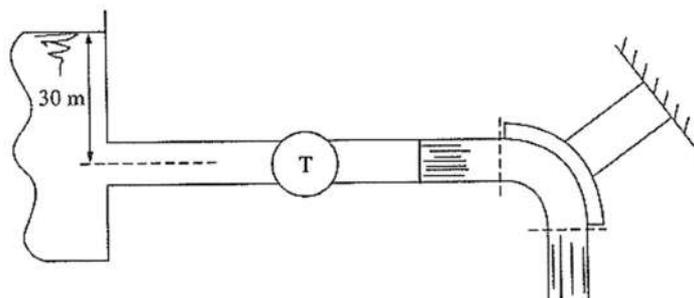


Figura 17 – Jato e pá defletora fixa (Brunetti, 2008).

5.4. Determine a potência transmitida por um jato de água a uma turbina de ação tipo Pelton. Determine também o rendimento da transmissão de potência.

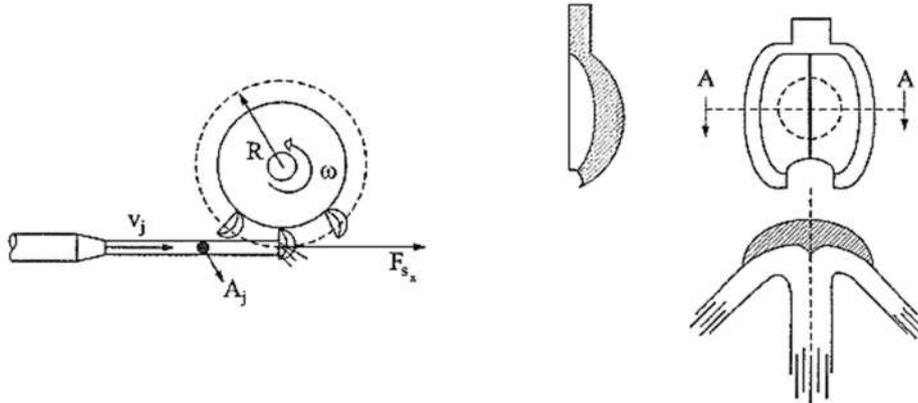


Figura 18 – Turbina pelton (Brunetti, 2008).

5.5. A turbina da figura “extrai” a potência de 2.9 kW da água em escoamento. Desprezando as perdas na redução, calcular as forças exercidas pela água sobre a redução e sobre a turbina, respetivamente. Dados: $\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.

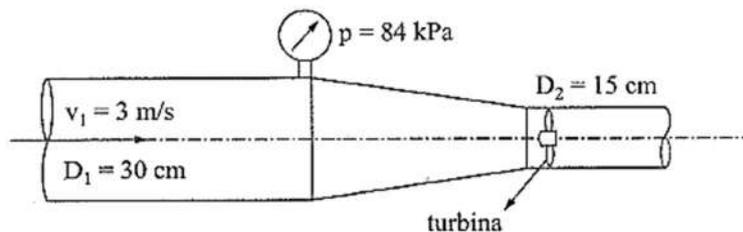


Figura 19 – Turbina instalada numa redução (Brunetti, 2008).

5.6. O barco da figura tem um sistema de propulsão que consiste de uma bomba que succiona água na proa e a recalca na popa. Todos os tubos têm 5 cm de diâmetro e a vazão de saída é 50 L/s. Calcule a força de propulsão no instante da partida, isto é, com o barco em repouso. Admite-se que a pressão nas entradas e saída seja praticamente atmosférica ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$).

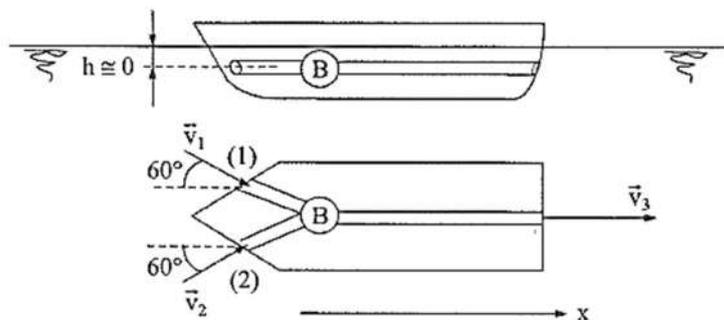


Figura 20 – Barco (Brunetti, 2008).

Capítulo 6 - Escoamentos por Orifícios e Descarregadores

6.1. Sendo $C_v = 0.9$ e $C_c = 0.6$, determine a pressão p_1 , sabendo que o fluido é água e que sobe 3 m no tubo de Pitot. Determine o caudal, sabendo que a área do orifício é 50 cm^2 .

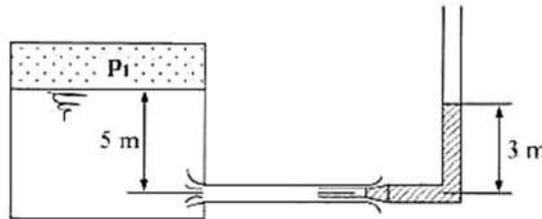


Figura 21 – Reservatório com orifício e tubo de Pitot (Brunetti, 2008).

6.2. O reservatório superior descarrega a água, por um orifício cujo $C_d = 0.6$, para um reservatório que, por sua vez, descarrega água por outro orifício. O sistema está em equilíbrio, de forma que o nível não muda em nenhum dos dois reservatórios. Qual será o coeficiente de descarga do segundo orifício? Dados: diâmetro do orifício (1): 9 cm; diâmetro do orifício (2): 10 cm.

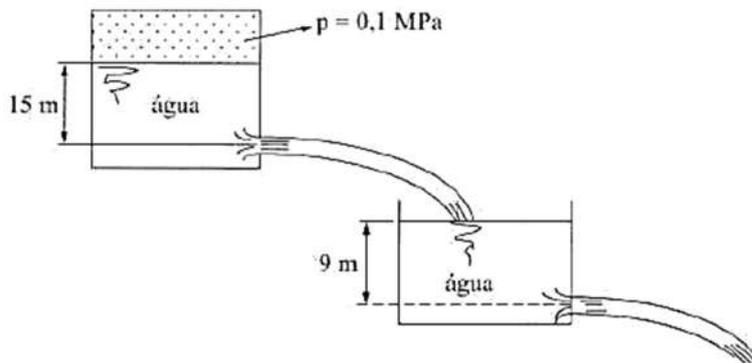


Figura 22 – Sistema de reservatórios (Brunetti, 2008).

6.3. Dado o dispositivo da figura, calcule o caudal do escoamento da água no conduto. Dados: $\gamma_{H_2O} = 10^4 \text{ N/m}^3$; $\gamma_m = 6 \times 10^4 \text{ N/m}^3$; $p_2 = 20 \text{ kPa}$; $A = 10^{-2} \text{ m}^2$; $g = 10 \text{ m/s}^2$. Despreze as perdas e supor o diagrama de velocidades uniforme na seção.

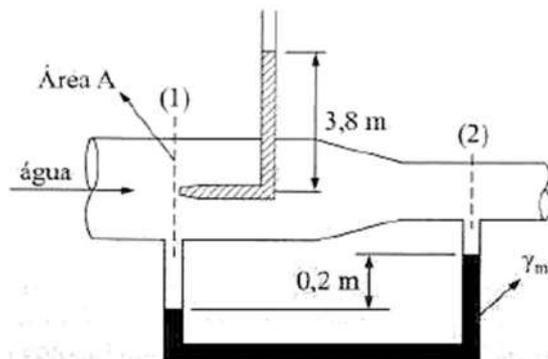


Figura 23 – Dispositivo (Brunetti, 2008).

6.4. No fundo do reservatório inferior da figura, inicialmente vazio, situa-se um cubo de madeira de 1 m de aresta. Do reservatório superior escoa água através de um orifício de aresta viva, cujo coeficiente de contração é $C_c = 0.6$. Determine o valor do coeficiente de velocidade do orifício, para que o corpo comece a flutuar em 20 s. Dados: $\gamma_{madeira} = 8000 \text{ N/m}^3$; $A_{orifício} = 0.1 \text{ m}^2$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.

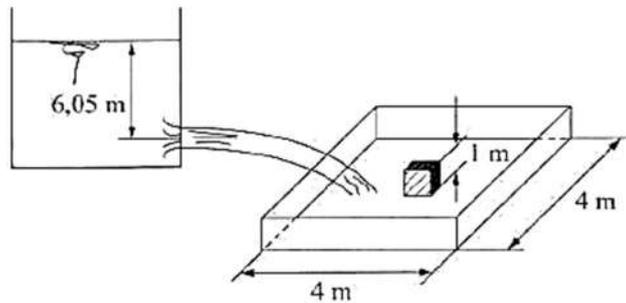


Figura 24 – Sistema de reservatórios e cubo de madeira (Brunetti, 2008).

6.5. Um orifício de bordo delgado tem um diâmetro de 7.5 cm e descarrega um caudal de 28 L/s. Mede-se um ponto da trajetória do jato e obtém-se $x = 4.7 \text{ m}$ para $y = 1.2 \text{ m}$. Determine os coeficientes de velocidade, de contração e de caudal do orifício.

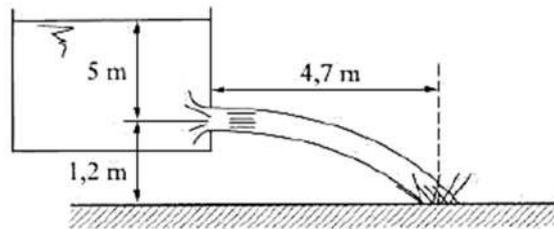


Figura 25 – Reservatório com orifício de bordo delgado (Brunetti, 2008).

6.6. Após 5 min de funcionamento, o reservatório inferior, inicialmente vazio, está completamente cheio e, então, a comporta gira em torno do eixo A, devido ao momento de $6 \times 10^4 \text{ N.m}$ nela aplicado pela água. Determine o coeficiente de descarga do orifício de saída do reservatório superior. Área do orifício = 0.01 m^2 .

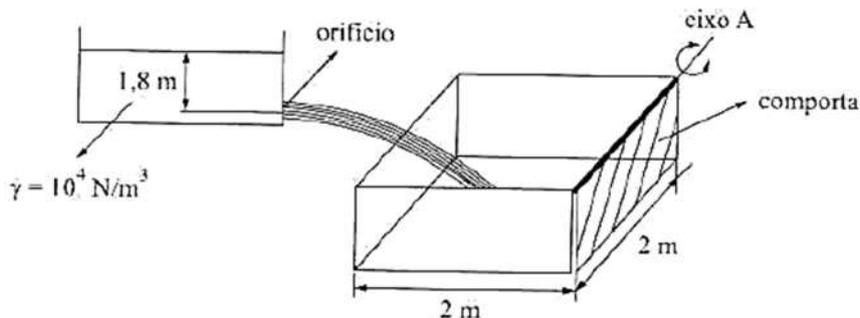


Figura 26 – Sistema de reservatórios com comporta (Brunetti, 2008).

Capítulo 7 - Análise Dimensional

7.1. Escreva a equação dimensional da viscosidade cinemática na base FLT.

7.2. O caudal Q de um líquido ideal que escoar para atmosfera através de um orifício de bordo delgado, praticado na parede lateral de um reservatório, é função do diâmetro D do orifício, da massa específica ρ do fluido e da diferença de pressão entre a superfície livre e o centro do orifício. Determine a expressão para o caudal.

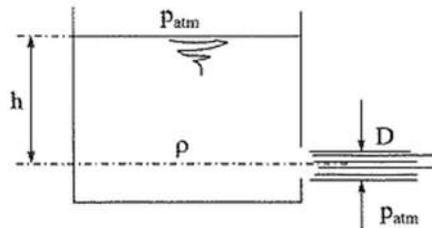


Figura 27 – Líquido ideal que escoar para atmosfera (Brunetti, 2008).

7.3. A velocidade v com que o fluido atravessa o vertedor triangular da figura é uma função da aceleração da gravidade g e da altura h da superfície livre do líquido em relação ao vértice do triângulo. Determine a expressão para o caudal.

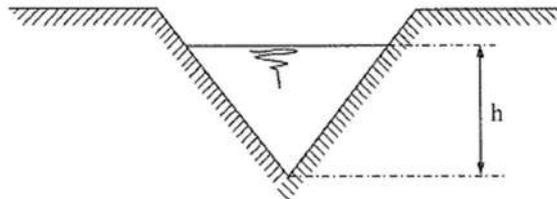


Figura 28 – Vertedor triangular (Brunetti, 2008).

Capítulo 8 - Semelhança

8.1. É necessária a força de 15 N para rebocar uma placa de 1.5 m de comprimento por 15 cm de largura, totalmente submersa em um tanque de água, à velocidade de 6 m/s . Que dimensões deverá ter uma placa semelhante para que, rebocada no ar à velocidade de 30 m/s , se verifique semelhança completa? Nessas condições, que força é necessária para manter a placa em movimento? Dados: $\rho_{H_2O} = 1000\text{ kg/m}^3$; $\nu_{H_2O} = 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$; $\rho_{ar} = 1.2\text{ kg/m}^3$; $\nu_{ar} = 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$. Função representativa do fenómeno: $f(F, v, L, \rho, \mu) = 0$.

8.2. No teste de um modelo num tanque de provas, verificou-se que as grandezas que intervêm no fenómeno são: v, g, L, ν . O protótipo vai trabalhar em água a 20°C , de viscosidade cinemática $\nu = 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$. Sabe-se que a escala de semelhança geométrica é: $K_L = L_m/L_p = 1/2$. Escolha entre os fluidos a seguir aquele em que deve ser feito o teste para se obter semelhança completa:

Tabela 1 – Fluidos (adaptado de Brunetti, 2008).

Fluido	$\nu = (\text{m}^2/\text{s})$
Água a 20°C	10^{-6}
Água a 50°C	7×10^{-7}
Água a 90°C	3.54×10^{-7}
Mercúrio	1.25×10^{-7}
Gasolina	5.12×10^{-7}
Querosene	3.1×10^{-6}

8.3. A figura mostra o esboço de uma bomba centrífuga vista em corte. Numa bomba centrífuga, a carga manométrica aumenta ao dificultar a passagem do fluido, isto é, o caudal. Isso significa que a mesma bomba, em diferentes instalações hidráulicas, pode fornecer caudais e cargas manométricas diferentes, dependendo da dificuldade criada ao escoamento do fluido. A figura mostra a curva característica $H_B = f(Q)$ de uma bomba centrífuga, cujo diâmetro do rotor é 15 cm e cuja rotação é 3500 rpm . Lembrando que os adimensionais característicos de uma bomba são $\phi = Q/nD^3$ e $\Psi = gH_B/n^2D^2$, já que, em geral, o efeito da viscosidade é desprezível e, portanto, não há necessidade de levar em conta Re , determine:

- a curva universal para todas as bombas semelhantes à bomba dada;
- a curva característica $H_B = f(Q)$ de uma bomba semelhante à dada, que tenha o dobro do diâmetro e a metade da rotação.

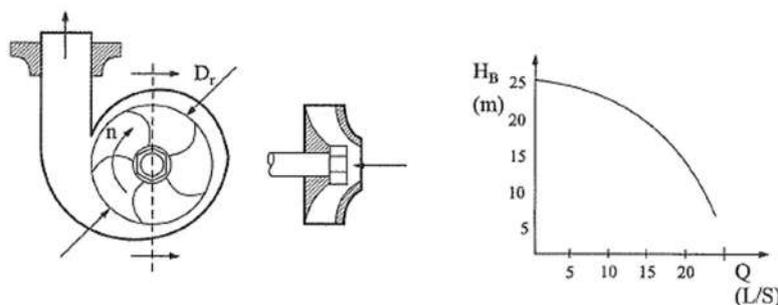


Figura 29 – Bomba centrífuga (corte) e curva característica (Brunetti, 2008).

Capítulo 9 - Escoamentos Sob Pressão

9.1. Na instalação da figura, deseja-se conhecer o desnível Δh entre os dois reservatórios de água. Dados: *potência fornecida ao fluido* $N = 0.75 \text{ kW}$; *diâmetro* $D = 3 \text{ cm}$; $Q = 3 \text{ L/s}$; $L_{1,2} = 2 \text{ m}$; $L_{3,6} = 10 \text{ m}$; $k_{s_1} = 1$; $k_{s_4} = k_{s_5} = 1.2$; $k_{s_6} = 1.6$; $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; $f = 0.02$; $\gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$. Determine também a rugosidade da conduta e a altura h_0 para que a pressão efetiva na entrada da bomba seja nula.

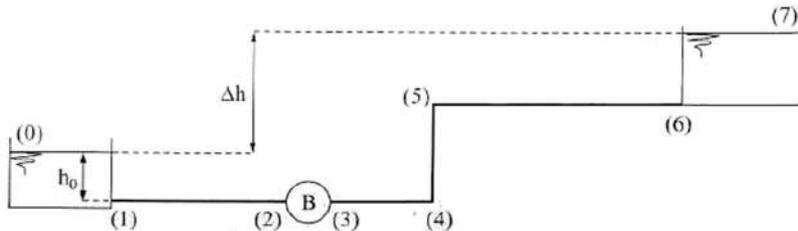


Figura 30 – Instalação com 2 reservatórios e 1 bomba (Brunetti, 2008).

9.2. Na figura, $H_1 = 56 \text{ m}$, $H_4 = 38 \text{ m}$ e os comprimentos equivalentes das singularidades são $L_{eq_2} = 18 \text{ m}$ e $L_{eq_3} = 2 \text{ m}$. Determine:

- o coeficiente de perda de carga distribuída f ;
- o comprimento da instalação entre (1) e (4);
- a perda de carga singular devida à válvula (3).

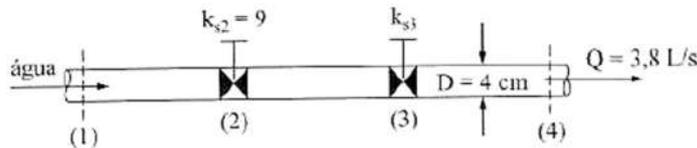


Figura 31 – Tubo com singularidades (Brunetti, 2008).

9.3. Na instalação são dados: *reservatórios de grandes dimensões*; $f = 0.01$; $k_{s_2} = 2$; $\gamma = 10^4 \text{ N}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine:

- o caudal em volume;
- a perda de carga na instalação;
- o valor de x ;
- substituindo o cotovelo (2) por uma turbina e mantidas as demais condições, determine a sua potência, sabendo que $\eta_T = 90\%$.

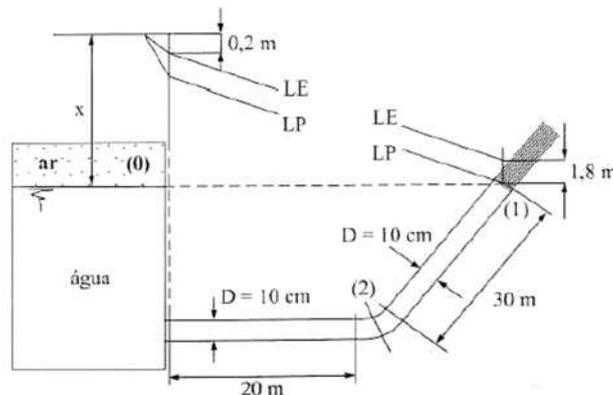


Figura 32 – Instalação com reservatórios de grandes dimensões (Brunetti, 2008).

Capítulo 10 - Escoamento Permanente em Conduas condicionado por Máquinas Hidráulicas

10.1. Na instalação da figura, a máquina M_2 fornece ao fluido uma energia por unidade de peso de 30 m e a perda de carga total do sistema é 15 m . Determine:

- a potência da máquina M_1 , sendo $\eta_{m1} = 0.8$;
- a pressão na secção (2) em mca ;
- a perda de carga no trecho (2) – (5) da instalação.

Dados: $Q = 20\text{ L/s}$; $\gamma = 10^4\text{ N/m}^3$; $g = 10\text{ m/s}^2$; $A = 10\text{ cm}^2$ (área da secção dos tubos).

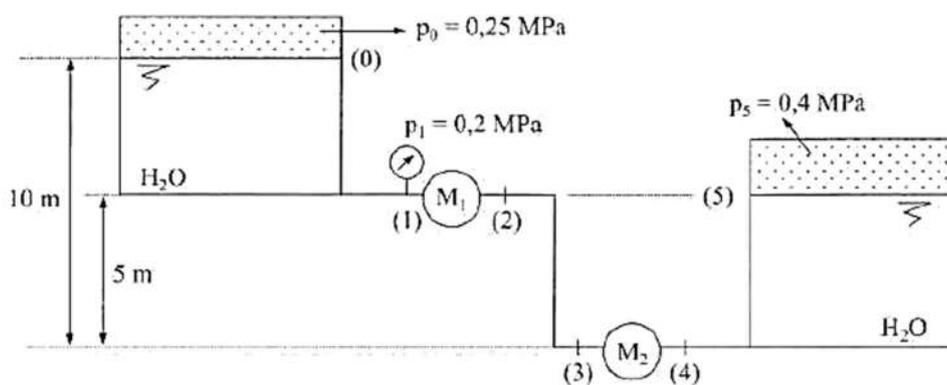


Figura 33 – Instalação condicionada por 2 máquinas hidráulicas (Brunetti, 2008).

10.2. Na instalação da figura, o caudal na máquina é 16 L/s e tem-se $H_{p1,2} = H_{p3,4} = 1\text{ m}$. O manómetro na secção (2) indica 200 kPa e o da secção (3) indica 400 kPa . Determine:

- o sentido do escoamento;
- a perda de carga no trecho (2) – (3);
- o tipo de máquina e a potência que troca com o fluido em kW ;
- a pressão do ar em (4) em MPa .

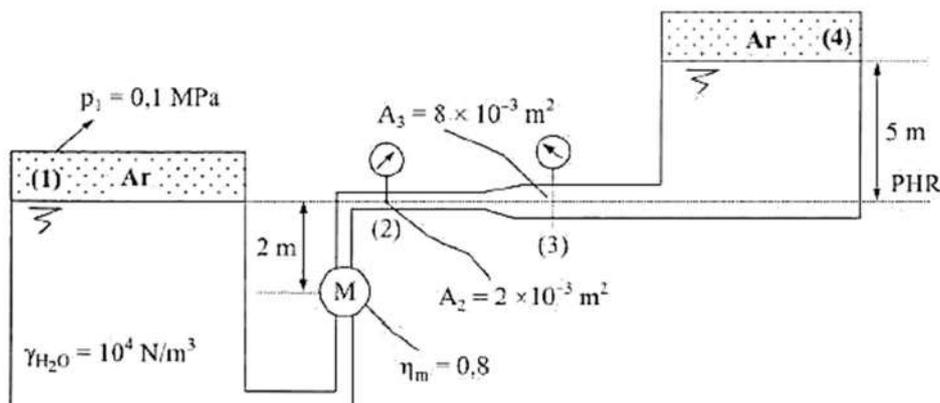


Figura 34 – Instalação condicionada por uma máquina hidráulica (Brunetti, 2008).

10.3. Na instalação da figura, todas as tubulações são do mesmo diâmetro ($D = 138 \text{ mm}$); o registo é ajustado para que o caudal na secção (1) seja metade do caudal na secção (2). Para tal condição, a altura manométrica da bomba é 8 m e as perdas de carga são: $H_{p0,e} = \frac{1}{3}(v_e^2/2g)$; $H_{ps,1} = 5(v_1^2/2g)$; $H_{ps,2} = 1.5(v_2^2/2g)$. Desprezando a perda de carga no tê na saída da bomba, determine a sua potência, sendo o rendimento igual a 48%. ($\gamma_{H_2O} = 10^4 \text{ N/m}^3$; $g = 10 \text{ m/s}^2$).

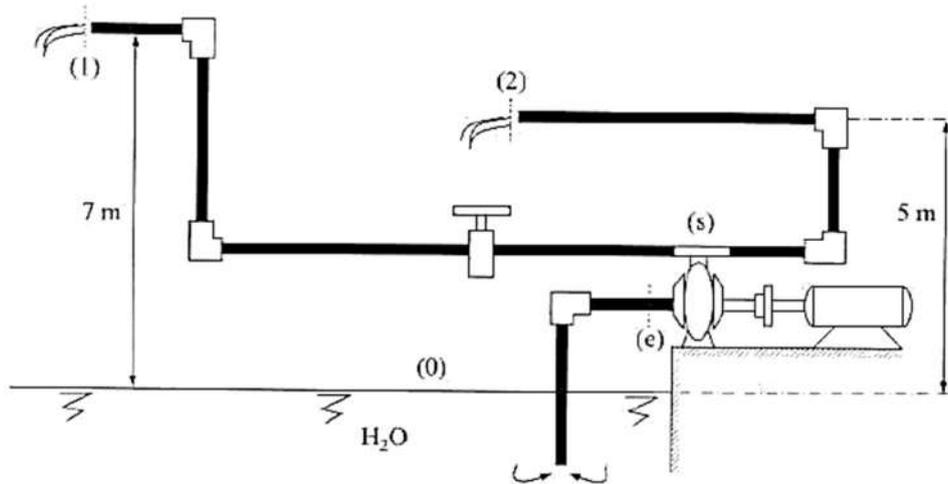


Figura 35 – Instalação condicionada por uma bomba (Brunetti, 2008).

Capítulo 11 - escoamentos com Superfície Livre

11.1. Considere a secção transversal representada na figura, em que a rugosidade do leito menor é dada por $K_S = 80 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$, e a do leito maior (de cheia) é de $K_S = 40 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$. A inclinação do talvegue é de 0.2%.

a) Determinar a profundidade da água no canal (h) quando se esco, em regime uniforme, um caudal de $25 \text{ m}^3/\text{s}$.

b) Determinar o caudal que se esco, em regime uniforme, numa situação em que a altura da água se eleva 2.00 m acima do leito de cheia.

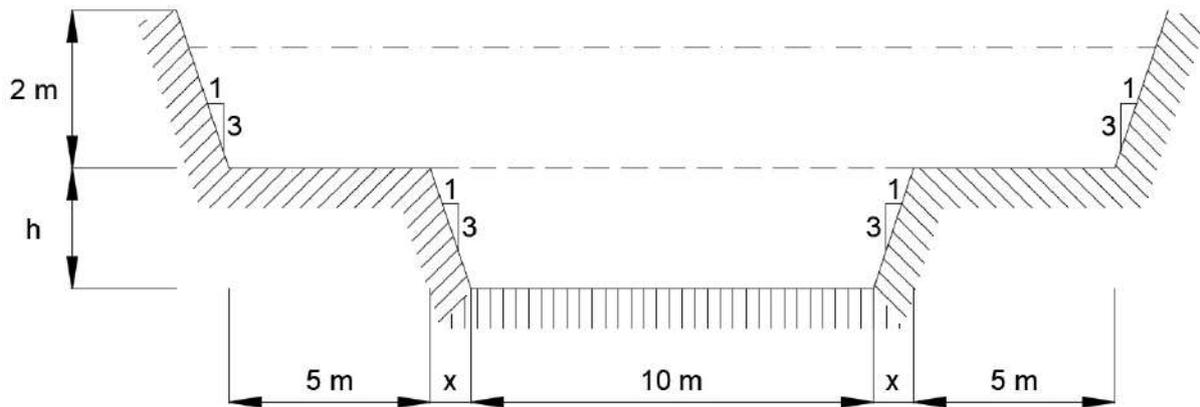


Figura 36 – Secção transversal de um canal (fonte: Autor).

11.2. Considere um canal trapezoidal com as características a seguir descritas, onde se esco, um caudal de $15 \text{ m}^3/\text{s}$, em regime uniforme: largura da base = 2.00 m; inclinação das paredes laterais = 1/1; rugosidade das paredes (betão), $C_B = 0.16$; inclinação do fundo do canal = 3 m/km. Determine:

a) A altura crítica.

b) A altura normal e o respetivo perímetro molhado.

11.3. Um descarregador de soleira normal com 4.0 m de largura, descarrega um caudal de $20 \text{ m}^3/\text{s}$. O ressalto hidráulico que se forma no canal, a jusante do descarregador, possui uma altura de montante igual a 1.2 m. Determine:

a) a altura de jusante do ressalto;

b) a perda de energia no ressalto;

c) as velocidades de montante e de jusante.

SOLUÇÕES

Capítulo 1 - Introdução

1.1. Resposta:

$$\gamma_r = \frac{\gamma}{\gamma_{H_2O}} \rightarrow \gamma = \gamma_r \cdot \gamma_{H_2O} = 0.8 \times 1000 = 800 \text{ kgf/m}^3 \cong 8000 \text{ N/m}^3$$

1.2. Resposta:

O volume da sala é $V = 3.0 \times 4.0 \times 5.0 = 60 \text{ m}^3$

A massa do ar (m_{ar}) pode ser obtida por: $m_{ar} = \rho_{ar}V = 1.2 \times 60 = 72 \text{ kg}$

O peso do ar é: $P_{ar} = m_{ar}g = 72 \times 9.8 = 700 \text{ N}$

A massa de um volume igual de água é: $m_{\acute{a}gua} = \rho_{\acute{a}gua}V = 1000 \times 60 = 6.0 \times 10^4 \text{ kg}$

O peso é: $P_{\acute{a}gua} = m_{\acute{a}gua}g = (6.0 \times 10^4) \times 9.8 = 5.9 \times 10^5 \text{ N} = 66 \text{ ton}$

Uma sala cheia de ar pesa o mesmo que um adulto de tamanho médio! A água é quase mil vezes mais densa do que o ar, e a sua massa e peso são maiores nesse mesmo fator. O peso de uma sala cheia de água faria com que o piso de uma casa comum afundasse.

1.3. Resposta:

$$\frac{p_1}{\rho_1} = RT_1 \rightarrow \rho_1 = \frac{p_1}{RT_1}; T_1 = 30 + 273 = 303 \text{ K}$$

Logo: $\rho_1 = \frac{3 \times 10^5}{4122 \times 303} = 0.24 \text{ kg/m}^3$

Como: $T_1 = T_2 \rightarrow \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2}$ ou $\rho_2 = \rho_1 \frac{p_2}{p_1}$

Portanto: $\rho_2 = 0.24 \times \frac{1.5 \times 10^5}{3 \times 10^5} = 0.12 \text{ kg/m}^3$

1.4. Resposta:

$$\begin{cases} \mu = 2.38 \text{ kgf} \cdot \text{s/m}^2 \text{ (MK}_p\text{S)} \\ \mu = 233 \text{ dina} \cdot \text{s/cm}^2 \text{ (CGS)} \\ \mu = 23.3 \text{ N} \cdot \text{s/m}^2 \text{ (SI)} \end{cases}$$

1.5. Resposta:

Da teoria:

$$\mu = \tau \frac{d\vec{r}}{d\vec{v}}$$

Como $\vec{v} = \text{constante} \rightarrow \vec{a} = 0$, logo $\sum \vec{F} = 0$, assim:

$$\tau = \text{peso na direção do movimento, na velocidade dada} = G \times \tan \alpha = 20 \times \tan 30^\circ$$

Adotando um diagrama linear de velocidades:

$$\begin{cases} d\vec{r} = \text{espessura da película de óleo} = \varepsilon \\ d\vec{v} = \text{velocidade da placa} = v_0 \end{cases}$$

Então:

$$\mu = \tau \frac{\varepsilon}{v_0} = (20 \times \tan 30^\circ) \cdot \frac{0.002}{2} \cong 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$$

1.6. Resposta:

$$\mu = \tau \frac{d\vec{r}}{d\vec{v}} \rightarrow \tau = \mu \frac{d\vec{v}}{d\vec{r}}$$

A viscosidade dinâmica (μ) pode ser calculada a partir da viscosidade cinemática (ν) atendendo à relação:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Então, adotando o sistema SI, temos:

$$\mu = \nu \rho = 0.00001 \times 830 = 0.0083 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$$

Adotando um diagrama linear de velocidades:

$$\begin{cases} d\vec{r} = \text{distância entre placas} = \varepsilon \\ d\vec{v} = \text{velocidade da placa superior} = v_0 \end{cases}$$

Assim:

$$\tau = \mu \frac{v_0}{\varepsilon} = 0.0083 \cdot \frac{4}{0.002} = 16.6 \text{ N}/\text{m}^2$$

Capítulo 2 - Equações Fundamentais do Movimento dos Fluidos

2.1. Resposta:

Como:

$$Q_{m1} = Q_{m2}$$

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2 \rightarrow v_2 = v_1 \frac{\rho_1 A_1}{\rho_2 A_2}$$

Portanto:

$$v_2 = 30 \times \frac{4}{12} \times \frac{20}{10} = 20 \text{ m/s}$$

2.2. Resposta:

Pela equação da continuidade:

$$v_e A_e = v_G A_G$$

$$v_G = v_e \frac{A_e}{A_G} = 2 \cdot \frac{20}{5} = 8 \text{ m/s}$$

2.3. Resposta:

Como:

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2 \rightarrow v_2 = v_1 \frac{\rho_1 A_1}{\rho_2 A_2}$$

Portanto:

$$v_2 = 10 \times \frac{1.2}{0.9} \times \frac{20}{10} \approx 26.7 \text{ m/s}$$

Os caudais em volume são dados por:

$$\begin{cases} Q_1 = v_1 A_1 = 10 \times 0.002 = 0.02 \text{ m}^3/\text{s} \\ Q_2 = v_2 A_2 = 26.7 \times 0.001 = 0.0267 \text{ m}^3/\text{s} \end{cases}$$

Os caudais em massa são dados por:

$$\begin{cases} Q_{m1} = \rho_1 v_1 A_1 = \rho_1 Q_1 = 1.2 \times 0.02 = 0.024 \text{ kg/s} \\ Q_{m2} = \rho_2 v_2 A_2 = \rho_2 Q_2 = 0.9 \times 0.0267 \approx 0.024 \text{ kg/s} \end{cases}$$

$Q_{m1} = Q_{m2} = Q_m$, isto é, a massa de ar é constante ao longo do tubo.

Os caudais em peso são dados por:

$$Q_{G1} = Q_{G2} = Q_m \times g = 0.024 \times 10 = 0.24 \text{ N/s}$$

2.4. Resposta:

A massa específica da mistura é dada por:

$$\rho_3 = \frac{Q_{m3}}{Q_3} = \frac{(Q_{m1} + Q_{m2})}{Q_3}$$

Os caudais em massa são dados por:

$$\begin{cases} Q_{m1} = \rho_1 Q_1 = 1000 \times 0.02 = 20 \text{ kg/s} \\ Q_{m2} = \rho_2 Q_2 = 800 \times 0.01 = 8 \text{ kg/s} \end{cases}$$

Assim:

$$\rho_3 = \frac{20 + 8}{0.03} \approx 933 \text{ kg/m}^3$$

A velocidade em (3) é dada por:

$$v_3 = \frac{Q_3}{A_3} = \frac{0.03}{0.003} = 10 \text{ m/s}$$

2.5. Resposta:

O movimento é variado, pois v_x e v_y são funções do tempo.

$$\begin{cases} a_x = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x = 2x + 2xt(2t) + y^2 t(0) = 2x + 4xt^2 \\ a_y = y^2 + 2xt(0) + y^2 t(2yt) = y^2 + 2y^3 t^2 \end{cases}$$

No instante $t = 5 \text{ s}$,

$$\begin{cases} a_x = 2x + 4x(25) = 102x \\ a_y = y^2 + 2y^3(25) = y^2 + 50y^3 \end{cases}$$

No ponto $P = (1,2)$,

$$\begin{cases} a_x = 102 \times 1 = 102 \\ a_y = (2)^2 + 50(2)^3 = 4 + 400 = 404 \end{cases}$$

Logo:

$$\vec{a}_{(P,t)} = 102\vec{e}_x + 404\vec{e}_y$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(102)^2 + (404)^2} = 416 \text{ cm/s}^2$$

2.6. Resposta:

Neste problema temos apenas a componente em y da velocidade e esta é uma função apenas de x para escoamento plenamente desenvolvido. Assim, temos:

$$\begin{cases} u = w = 0 \\ v = v(x) \end{cases}$$

Para que haja escoamento devemos ter um gradiente de pressão na direção y , ou seja, devemos ter $\partial p / \partial y \neq 0$.

As equações de Navier-Stokes ficam:

$$\text{Em } x: 0 = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \text{Já que } g_x = 0$$

$$\text{Em } z: 0 = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} \rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad \text{Já que } g_z = 0$$

$$\text{Em } y: 0 = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (1)$$

a) Substituindo $g_y = -g$ em (1), e sendo $v = v(y)$:

$$(2): \frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{\gamma}{\mu} + \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dy}$$

Integrando uma primeira vez:

$$(3): \frac{dv}{dx} = \frac{\gamma}{\mu} x + \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dy} x + C_1$$

Sabendo que $\tau = 0$ em $x = 0$ e já que $\tau = \mu \frac{dv}{dy}$, temos que $C_1 = 0$.

Integrando uma segunda vez:

$$(4): v = \frac{\gamma}{2\mu} x^2 + \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dy} x^2 + C_2$$

Sendo $v = 0$ em $x = h$, temos:

$$0 = \frac{\gamma}{2\mu} h^2 + \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dy} h^2 + C_2, \text{ donde:}$$

$$C_2 = -\frac{h^2}{2\mu} \left[\frac{dp}{dy} + \gamma \right]$$

Substituindo C_2 em (4) temos:

$$v = \frac{1}{2\mu} \left[\frac{dp}{dy} + \gamma \right] (x^2 - h^2)$$

A vazão por unidade de largura é:

$$q = \int_{-h}^{+h} v \, dx = \frac{1}{2\mu} \left[\frac{dp}{dy} + \gamma \right] \left\{ \int_{-h}^{+h} x^2 \, dx - \int_{-h}^{+h} h^2 \, dx \right\} \text{ ou}$$

$$q = \frac{1}{2\mu} \left[\frac{dp}{dy} + \gamma \right] \left\{ \frac{2}{3} h^3 - 2h^3 \right\}, \text{ donde temos:}$$

$$q = -\frac{2h^3}{3\mu} \left[\frac{dp}{dy} + \gamma \right]$$

Donde tiramos que:

$$\frac{dp}{dy} = -\frac{3\mu q}{2h^3} - \gamma \text{ ou:}$$

$$\therefore \frac{dp}{dy} = -\left[\gamma + \frac{3\mu q}{2h^3} \right]$$

b) Para $dp/dy = 0$ temos um escoamento devido apenas à gravidade e dado por:

$$\therefore q = -\frac{2\gamma h^3}{3\mu}$$

Capítulo 3 - Hidrostática

3.1. Resposta:

A pressão transmitida pelo êmbolo (1) será $p_1 = F_1/A_1$.

Mas, pela Lei de Pascal, essa pressão será transmitida integralmente ao êmbolo (2), portanto $p_2 = p_1$. Logo:

$$p_2 A_2 = p_1 A_1 = F_2$$

Como:

$$p_1 = \frac{200}{10} = 20 \text{ N/cm}^2$$

Então:

$$F_2 = 20 \times 100 = 2000 \text{ N}$$

Nota-se, então, que se pode, por meio deste dispositivo, não só transmitir uma força, mas também ampliá-la. É nesse princípio que, na prática, baseiam-se: prensas hidráulicas, dispositivos de controlo, travões, etc.

3.2. Resposta:

$$\begin{array}{l} 760 \text{ mmHg} \quad \text{—} \quad 1.033 \text{ kgf/cm}^2 \\ 340 \text{ mmHg} \quad \text{—} \quad x \text{ kgf/cm}^2 \end{array}$$

$$x = \frac{340 \times 1.033}{760} = 0.461 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\begin{array}{l} 760 \text{ mmHg} \quad \text{—} \quad 14.7 \text{ psi} \\ 340 \text{ mmHg} \quad \text{—} \quad y \text{ psi} \end{array}$$

$$y = \frac{340 \times 14.7}{760} = 6.6 \text{ psi}$$

Para determinar a pressão absoluta, basta lembrar que: $p_{abs} = p_{ef} + p_{atm}$.

$$\begin{array}{l} 760 \text{ mmHg} \quad \text{—} \quad 101230 \text{ Pa} \\ 340 \text{ mmHg} \quad \text{—} \quad z \text{ Pa} \end{array}$$

$$z = \frac{340 \times 101230}{760} = 45287 \text{ Pa} = 45.3 \text{ kPa}$$

Logo, $p_{abs} = 45.3 + 101.2 = 146.5 \text{ kPa (abs)}$.

$$760 \text{ mmHg} \quad \text{—} \quad 1 \text{ atm}$$

$$340 \text{ mmHg} \quad \text{—} \quad u \text{ atm}$$

$$u = \frac{340 \times 1}{760} = 0.447 \text{ atm}$$

Logo, $p_{abs} = 0.447 + 1 = 1.447 \text{ atm (abs)}$.

3.3. Resposta:

$$\begin{aligned} \text{A pressão absoluta é: } p &= p_0 + \rho gh = (1.01 \times 10^5) + 1000 \times 9.8 \times 12.0 \\ &= 2.19 \times 10^5 \text{ Pa} = 2.16 \text{ atm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{A pressão manométrica é: } p - p_0 &= (2.19 - 1.01) \times 10^5 \text{ Pa} = 1.18 \times 10^5 \text{ Pa} \\ &= 1.16 \text{ atm} \end{aligned}$$

Quando um tanque possui um manómetro, ele normalmente é calibrado para medir a pressão manométrica e não a pressão absoluta. A variação da pressão na atmosfera em uma altura de poucos metros é desprezível.

3.4. Resposta:

a) Determinação de p_M

Usando a equação manométrica, lembrando que o γ dos gases é pequeno e que, portanto, pode-se desprezar o efeito da coluna de ar em face de outros efeitos; lembrando, ainda, que ao trabalhar na escala efetiva $p_{atm} = 0$, tem-se:

$$p_M + \gamma_0 h_0 + \gamma_{H_2O} h_{H_2O} - \gamma_{H_2O} L \sin 30^\circ = 0$$

$L \sin 30^\circ$ é o desnível da coluna de água no ramo direito, pois, pelo teorema de Stevin, a pressão é independente da distância, dependendo somente da diferença de cotas.

Logo:

$$p_M = \gamma_{H_2O}(L \sin 30^\circ - h_{H_2O}) - \gamma_0 h_0$$

$$p_M = 10000(0.6 \times 0.5 - 0.2) - 8000 \times 0.1$$

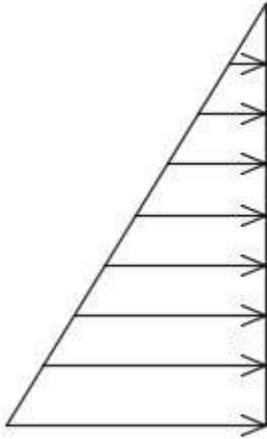
$$p_M = 200 \text{ N/m}^2$$

b) Pela definição de pressão

$$F_{topo} = p_M A = 200 \times 10 = 2000 \text{ N}$$

3.5. Resposta:

pressão nas paredes



pressão no fundo

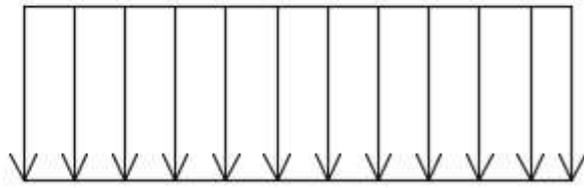


Figura 37 – Distribuição das pressões (fonte: Autor).

$$F_A = \frac{(8500 \times 0.6) \times 0.6}{2} \times 4.5 + \frac{[(8500 \times 0.6 + 10000 \times 0.6) + (8500 \times 0.6)] \times 0.6}{2} \times 4.5$$

$$F_A = 6885 + 21870 = 28755 \text{ N}$$

$$F_B = \frac{(8500 \times 0.6) \times 0.6}{2} \times 1.2 + \frac{[(8500 \times 0.6 + 10000 \times 0.6) + (8500 \times 0.6)] \times 0.6}{2} \times 1.2$$

$$F_B = 1836 + 5832 = 7668 \text{ N}$$

$$F_{\text{fundo}} = (8500 \times 0.6 \times 1.2 \times 4.5) + (10000 \times 0.6 \times 1.2 \times 4.5)$$

$$F_{\text{fundo}} = 27540 + 32400 = 59940 \text{ N}$$

3.6. Resposta:

Para cilindro totalmente imerso:

$$I = G = \gamma_{\text{água}} V_{\text{total}} = 10300 \times (\pi \times 0.15^2 \times 0.3) \approx 218 \text{ N}$$

$$I = G = \gamma_{\text{madeira}} V_{\text{total}} = 7500 \times (\pi \times 0.15^2 \times 0.3) \approx 159 \text{ N}$$

Altura submersa? - Considerando forças em equilíbrio e apenas parte do cilindro imerso, temos:

$$I = G \rightarrow \gamma_{\text{água}} V_{\text{sub}} = \gamma_{\text{madeira}} V_{\text{total}} \rightarrow$$

$$\rightarrow V_{\text{sub}} = \frac{\gamma_{\text{madeira}}}{\gamma_{\text{água}}} V_{\text{total}} \rightarrow \pi \times r^2 \times h_{\text{sub}} = \frac{\gamma_{\text{madeira}}}{\gamma_{\text{água}}} \times \pi \times r^2 \times h_{\text{total}} \rightarrow$$

$$\rightarrow h_{\text{sub}} = \frac{\gamma_{\text{madeira}}}{\gamma_{\text{água}}} \times \frac{\pi \times r^2 \times h_{\text{total}}}{\pi \times r^2} \rightarrow h_{\text{sub}} = \frac{\gamma_{\text{madeira}}}{\gamma_{\text{água}}} h_{\text{total}} \rightarrow$$

$$\rightarrow h_{\text{sub}} = \frac{7500}{10300} \times 0.3 \approx 0.218 \text{ m}$$

Capítulo 4 - Teorema de Bernoulli e suas Aplicações

4.1. Resposta:

$$h = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{\frac{1}{2} \rho v_1^2}{\rho g} = \frac{v_1^2}{2g} \rightarrow h = \frac{\left(\frac{45 \times 10^3}{60 \times 60}\right)^2}{2 \times 10} = 7.8125 \cong 7.8 \text{ m}$$

4.2. Resposta:

Adotando índice (0) para a entrada do tubo de Pitot:

$$H_1 = H_0 \rightarrow z_1 + \frac{p_1}{\gamma_{H_2O}} + \frac{v_1^2}{2g} = z_0 + \frac{p_0}{\gamma_{H_2O}} + \frac{v_0^2}{2g}$$

Como $z_1 = z_0$ então vem:

$$\frac{p_1}{\gamma_{H_2O}} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_0}{\gamma_{H_2O}} + \frac{v_0^2}{2g}$$

À entrada do tubo de Pitot a velocidade (v_0) é nula e a altura piezométrica (p_0/γ_{H_2O}) é 3.8 m, então:

$$\frac{p_1}{\gamma_{H_2O}} + \frac{v_1^2}{2g} = 3.8 + 0 \rightarrow \frac{v_1^2}{2g} = 3.8 - \frac{p_1}{\gamma_{H_2O}} \rightarrow v_1^2 = \left[\left(3.8 - \frac{p_1}{\gamma_{H_2O}} \right) \times 2g \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow v_1 = \sqrt{\left[\left(3.8 - \frac{p_1}{10000} \right) \times 20 \right]}$$

Atendendo ao desnível do manómetro $p_1 > p_2$. Pela equação manométrica:

$$p_1 + h \times \gamma_{H_2O} - h \times \gamma_m = p_2 \rightarrow p_1 = p_2 + h \times \gamma_m - h \times \gamma_{H_2O} \rightarrow$$

$$\rightarrow p_1 = p_2 + h \times (\gamma_m - \gamma_{H_2O}) = 20000 + 0.2 \times (60000 - 10000) = 30000 \text{ N/m}^2$$

Então:

$$v_1 = \sqrt{\left[\left(3.8 - \frac{30000}{10000} \right) \times 20 \right]} = 4 \text{ m/s}$$

Assim:

$$Q = v \cdot A = 4 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s} = 40 \text{ L/s}$$

4.3. Resposta:

a)

$$H_1 = H_3 \rightarrow z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_3 + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g}$$

Como $v_1 = v_3$, temos:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_3 + \frac{p_3}{\gamma} \rightarrow 10 + \frac{52000}{10000} = 17 + \frac{p_3}{\gamma} \rightarrow \frac{p_3}{\gamma} = 10 + \frac{52000}{10000} - 17 = -1.8 \text{ m}$$

$$H_1 = H_3 = 16 \text{ m} = z_3 + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g} \rightarrow 16 = 17 - 1.8 + \frac{v_3^2}{2 \times 10} \rightarrow v_3 = 4 \text{ m/s}$$

$$Q_G = \gamma \cdot v \cdot A = 10000 \times 4 \times \left(\pi \frac{0.1^2}{4} \right) \cong 314 \text{ N/s}$$

b)

Pela equação manométrica:

$$p_1 + h_1 \times \gamma - h_1 \times \gamma_{Hg} - (z_3 - z_1) \times \gamma = p_3 \rightarrow$$

$$\rightarrow 52000 + h_1 \times 10000 - h_1 \times 136000 - (17 - 10) \times 10000 = -1.8 \times 10000 \rightarrow$$

$$\rightarrow h_1 \times 126000 = 52000 - 70000 + 18000 \rightarrow h_1 \times 126000 = 0 \rightarrow h_1 = 0 \text{ m}$$

c)

Partindo de:

$$H_1 = H_2 = 16 \text{ m} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Pela equação manométrica, determinar p_2/γ :

$$p_1 + h \times \gamma - h \times \gamma_{Hg} - (z_2 - z_1) \times \gamma = p_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 52000 + 0.55 \times 10000 - 0.55 \times 136000 - (z_2 - 10) \times 10000 = p_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow p_2 = 52000 + 5500 - 74800 - 10000z_2 + 100000 = 82700 - 10000z_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{p_2}{\gamma} = 8.27 - z_2$$

Pelo Teo. Bernoulli:

$$H_1 = H_2 = 16 \text{ m} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \rightarrow 16 = z_2 + 8.27 - z_2 + \frac{v_2^2}{2 \times 10} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_2^2 = (16 - 8.27) \times 20 \rightarrow v_2 = \sqrt{154.6} \text{ m/s}$$

Atendendo que $Q_1 = Q_2$, então:

$$4 \times \left(\pi \frac{0.1^2}{4} \right) = \sqrt{154.6} \times \left(\pi \frac{D_2^2}{4} \right) \rightarrow D_2 = \sqrt{\frac{4 \times 0.1^2}{\sqrt{154.6}}} \cong 0.057 \text{ m} = 5.7 \text{ cm}$$

4.4. Resposta:

a)

A altura total de elevação da bomba é o ganho de carga na bomba necessário para transportar o caudal pretendido à carga pretendida. A perda de carga unitária é constante ao longo de toda a conduta pois, o diâmetro, a natureza da conduta e o caudal também o são.

Aplicando o Teorema de Bernoulli entre os dois reservatórios obtém-se:

$$H_{Rm} - H_{Rj} = J_{AB}L_{AB} - H_t + J_{BC}L_{AC}, \text{ em que } J_{AB} = J_{BC}$$

$$H_t = H_{Rj} - H_{Rm} + J_{AB}L_{AB} + J_{BC}L_{AC}$$

$$H_t = 120 - 95 + 0.008 \times 105 + 0.008 \times 1000 = 33.84 \text{ m. c. a.}$$

A altura total de elevação da bomba é de 33.84 m. c. a..

b)

O consumo diário de energia é função da potência do motor:

$$P_m = \frac{\gamma Q H_t}{\eta_B \eta_m}$$

O caudal é definido pelo volume diário a elevar e o período de elevação:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{720}{10 \times 60 \times 60} = 0.02 \text{ m}^3/\text{s}$$

Então:

$$P_m = \frac{9800 \times 0.02 \times 33.84}{0.85} \cong 7803 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7803 \text{ W} = 7.803 \text{ kW}$$

A energia consumida diariamente é:

$$E = P_m t = 7.803 \times 10 = 78.03 \text{ kWh}$$

c)

A determinação da carga na secção a montante da curva D e da velocidade média nessa secção permite, pela definição de carga, determinar a pressão no eixo da secção. A cota topográfica dessa secção é um dado do problema.

A aplicação do Teorema de Bernoulli entre o reservatório de montante e a secção a montante da curva D:

$$H_{Rm} - H_D = J_{AD} L_{AD} \rightarrow H_D = H_{Rm} - J_{AD} L_{AD} = 95 - 0.008 \times 5 = 94.96 \text{ m. c. a.}$$

A velocidade média na conduta é:

$$U = \frac{Q}{A} = \frac{0.02}{\frac{\pi \times 0.15^2}{4}} \cong 1.13 \text{ m/s}$$

O coeficiente de distribuição de pressões é igual a $\beta = 1$ para linhas de corrente retilíneas e paralelas entre si. O coeficiente de Coriolis tem um valor, em regime turbulento, de $\alpha = 1.15$.

A aplicação do conceito de carga permite obter:

$$H_D = Z_D + \beta \frac{p_D}{\gamma} + \alpha \frac{U^2}{2g} \rightarrow 94.96 = 100 + 1 \frac{p_D}{\gamma} + 1.15 \frac{1.13^2}{2 \times 9.8} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{p_D}{\gamma} = 94.96 - 100 - 0.08 = -5.12 \text{ m. c. a} \rightarrow p_D = -5.12 \times 9800 = -50176 \text{ N/m}^2$$

A pressão na secção a montante da curva é negativa e igual a 50176 N/m^2 .

Capítulo 5 - Teorema da Quantidade de Movimento e suas Aplicações

5.1. Resposta:

Tem-se:

$$\begin{cases} F_{sx} = \rho Q_{ap}(u_1 - u_2 \cos \theta) \\ F_{sy} = \rho Q_{ap}(0 - u_2 \sin \theta_2) \end{cases}$$

Supondo que em módulo $u_1 = u_2 = u$, obtém-se:

$$\begin{cases} F_{sx} = \rho A_j u (u - u \cos 60^\circ) = \rho A_j u^2 (1 - \cos 60^\circ) \\ F_{sy} = \rho A_j u (0 - u \sin 60^\circ) = -\rho A_j u^2 \sin 60^\circ \end{cases}$$

$$u = v_j - v_s = 15 - 9 = 6 \text{ m/s}$$

$$A_j = \frac{\pi D_j^2}{4} = \frac{\pi \times 5^2}{4} \times 10^{-4} \approx 1.96 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{8000}{10} = 800 \text{ kg/m}^3$$

Logo:

$$\begin{cases} F_{sx} = 800 \times 1.96 \times 10^{-3} \times 6^2 (1 - 0.5) \approx 28.2 \text{ N} \\ F_{sy} = -800 \times 1.96 \times 10^{-3} \times 6^2 \times 0.866 \approx -49 \text{ N} \end{cases}$$

Portanto:

$$F_s = \sqrt{28.2^2 + (-49)^2} \approx 56.5 \text{ N}$$

5.2. Resposta:

$$\vec{F}_s = -[p_1 A_1 \vec{n}_1 + p_2 A_2 \vec{n}_2 + Q_m (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)]$$

$$F_{s_x, \text{suporte}} = -[p_1 A_1 (-1) + Q_m (v_2 - v_1)] \rightarrow F_{s_x, \text{suporte}} = p_1 A_1 + Q_m (v_1 - v_2)$$

Com:

$$v_2 = v_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 = 5 \times \left(\frac{10}{5} \right)^2 = 20 \text{ m/s}$$

$$Q = v_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = 5 \times \frac{\pi \times 0.1^2}{4} \approx 0.0393 \text{ m}^3/\text{s} \rightarrow Q_m = \rho Q = 1000 \times 0.0393 = 39.3 \text{ kg/s}$$

Então:

$$F_{s_x, \text{suporte}} = 150 \times 10^3 \times \frac{\pi \times 0.1^2}{4} + 39.3 \times (5 - 20) \approx 1178 - 589 = 589 \text{ N}$$

A força necessária para manter a placa em repouso:

$$|F| = |F_{s_x, \text{placa}}| = \rho v_2^2 A_2 = 1000 \times 20^2 \times \frac{\pi \times 0.05^2}{4} \cong 785 \text{ N}$$

5.3. Resposta:

$$z_1 - H_T = \frac{v_2^2}{2g} \rightarrow H_T = z_1 - \frac{v_2^2}{2g}$$

$$F_{s_x} = \rho v_2^2 A_2 = \rho v_2^2 \frac{\pi D^2}{4} \rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{4F_{s_x}}{\rho \pi D^2}} = \sqrt{\frac{4 \times 1000}{1000 \times \pi \times 0.15^2}} \approx 7.52 \text{ m/s}$$

$$H_T = 30 - \frac{7.5^2}{20} \approx 27.2 \text{ m}$$

$$Q = 7.52 \times \frac{\pi \times 0.15^2}{4} \approx 0.133 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$N_T = \gamma Q H_T \eta_T = (10^4 \times 0.133 \times 27.2 \times 0.7) \times 10^{-3} \cong 25.3 \text{ kW}$$

5.4. Resposta:

De observar que o corte AA corresponde a um desviador de jato com ângulo de saída θ . Tratando-se de apenas de metade da pá, a solução é:

$$\frac{\vec{F}_s}{2} = \frac{Q_{map}}{2} (\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \vee \vec{F}_s = Q_{map} (\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$$

Projetando na direção de x :

$$F_{s_x} = Q_{map} (u_1 - u_2 \cos \theta)$$

Supondo $u_1 = u_2 = u = v_j - v_s$, onde $v_s = \omega R$, obtém-se:

$$F_{s_x} = Q_{map} (v_j - v_s)(1 - \cos \theta)$$

No caso da turbina, tem-se um grande número de pás e uma velocidade angular ω relativamente grande. Isso faz com que se possa admitir que em cada instante se tenha uma pá na secção representada na figura. Por causa disso, pode-se admitir que

todo o caudal do jato é aproveitado na transmissão de potência, de forma que é possível substituir o caudal aparente pelo caudal real.

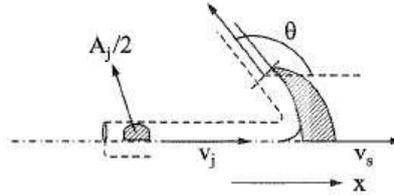


Figura 38 – Pá da turbina (Brunetti, 2008).

Logo, a equação para a turbina fica:

$$F_{sx} = Q_m(v_j - v_s)(1 - \cos \theta) \vee F_{sx} = \rho A_j v_j (v_j - v_s)(1 - \cos \theta)$$

A potência é dada por $N = F_{sx} v_s$, logo:

$$N = \rho A_j v_j (v_j - v_s)(1 - \cos \theta) v_s$$

O rendimento da transmissão de potência do jato para a turbina é obtido pela comparação da potência da turbina com a potência do jato, que é dada por:

$$N_j = \frac{\rho A_j v_j^3}{2}$$

Logo, o rendimento será:

$$\eta = \frac{N}{N_j} = \frac{\rho A_j v_j (v_j - v_s)(1 - \cos \theta) v_s}{\frac{\rho A_j v_j^3}{2}} \vee \eta = \frac{2(v_j - v_s)(1 - \cos \theta) v_s}{v_j^2}$$

O máximo rendimento em função da velocidade v_s pode ser obtido derivando η em relação a v_s e igualando a 0:

$$\frac{d\eta}{dv_s} = \frac{2(1 - \cos \theta)}{v_j^2} (v_j - 2v_s) = 0 \vee v_s = \frac{v_j}{2}$$

Substituindo esse resultado na expressão do rendimento:

$$\eta_{max} = \frac{2 \left(v_j - \frac{v_j}{2} \right) (1 - \cos \theta) \frac{v_j}{2}}{v_j^2} = \frac{1 - \cos \theta}{2}$$

Observa-se que o ângulo de saída θ ideal seria 180° , mas isso não é possível, pois o jato retornaria sobre si mesmo, incidindo na pá seguinte. Na prática, o ângulo θ adotado é um pouco menor que 180° .

5.5. Resposta:

Redução, $F_{s_x,r}$:

Determinação de v_2 e p_2 com base no Teo. Bernoulli, necessários à resolução:

$$H_1 = H_2 \rightarrow \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$$

$$v_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = v_2 \frac{\pi D_2^2}{4} \rightarrow v_2 = v_1 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = v_1 \left(\frac{30}{15}\right)^2 = 4v_1 \rightarrow v_2 = 4 \times 3 = 12 \text{ m/s}$$

$$p_2 = p_1 + \gamma \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = p_1 + \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2) \rightarrow p_2 = 84000 + \frac{1000}{2}(3^2 - 12^2) = 16500 \text{ Pa}$$

$$\vec{F}_s = -[p_1 A_1 \vec{n}_1 + p_2 A_2 \vec{n}_2 + Q_m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)]$$

$$F_{s_x,r} = -[p_1 A_1(-1) + p_2 A_2(+1) + Q_m(v_2 - v_1)] = p_1 A_1 - p_2 A_2 + Q_m(v_1 - v_2)$$

Onde:

$$Q_m = \rho v_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = 1000 \times 3 \times \frac{\pi \times 0.3^2}{4} \approx 212 \text{ kg/s}$$

Então:

$$F_{s_x,r} = 84000 \times \frac{\pi \times 0.3^2}{4} - 16500 \times \frac{\pi \times 0.15^2}{4} + 212 \times (3 - 12) \cong 3738 \text{ N}$$

Turbina, $F_{s_x,r}$:

Determinação de p_3 com base no Teo. Bernoulli, necessários à resolução:

$$H_2 - H_T = H_3 \rightarrow \frac{p_2}{\gamma} - H_T = \frac{p_3}{\gamma} \rightarrow p_3 = p_2 - \gamma H_T$$

Onde:

$$N = \gamma Q H_T \rightarrow H_T = \frac{N}{\gamma Q}$$

$$Q = \frac{Q_m}{\rho} = \frac{212}{1000} = 0.212 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\gamma = \rho g = 1000 \times 10 = 10000 \text{ N/m}^3$$

$$H_T = \frac{2.9 \times 10^3}{10000 \times 0.212} \approx 1.37 \text{ m}$$

Resultando em:

$$p_3 = 16500 - 10000 \times 1.37 = 2800 \text{ Pa}$$

$F_{S_{x,T}}$ vem:

$$\vec{F}_S = -[p_2 A_2 \vec{n}_2 + p_3 A_3 \vec{n}_3 + Q_m (\vec{v}_3 - \vec{v}_2)]$$

$$F_{S_{x,T}} = -[p_2 A_2 (-1) + p_3 A_3 (+1) + 0] = p_2 A_2 - p_3 A_3$$

Como $A_2 = A_3$:

$$F_{S_{x,T}} = (p_2 - p_3)A = (16500 - 2800) \times \frac{\pi \times 0.15^2}{4} \cong 242 \text{ N}$$

5.6. Resposta:

Como existem duas entradas e uma saída, deve ser aplicada a seguinte equação:

$$\vec{F}_S = - \sum_i p_i A_i \vec{n}_i + \sum_e Q_m \vec{v} - \sum_s Q_m \vec{v}$$

Pela hipótese referente às pressões, tem-se:

$$\vec{F}_S = Q_{m_1} \vec{v}_1 + Q_{m_2} \vec{v}_2 - Q_{m_3} \vec{v}_3$$

Projetando segundo x :

$$F_{S_x} = Q_{m_1} v_1 \cos 60^\circ + Q_{m_2} v_2 \cos 60^\circ - Q_{m_3} v_3$$

Pela simetria do sistema:

$$Q_{m_1} = Q_{m_2} \wedge v_1 = v_2$$

Logo:

$$F_{S_x} = 2Q_{m_1} v_1 \cos 60^\circ - Q_{m_3} v_3$$

Mas, pela equação da continuidade:

$$Q_{m_1} = \frac{Q_{m_3}}{2} \wedge v_1 = \frac{v_3}{2}$$

Logo:

$$F_{s_x} = 2 \frac{Q_{m_3} v_3}{2} \cos 60^\circ - Q_{m_3} v_3$$

E, portanto, como $\cos 60^\circ = 1/2$:

$$F_{s_x} = -\frac{3}{4} Q_{m_3} v_3$$

Mas:

$$Q_{m_3} = \rho Q_3 = 1000 \times 50 \times 10^{-3} = 50 \text{ kg/s}$$

E:

$$v_3 = \frac{4Q_3}{\pi D_3^2} = \frac{4 \times 50 \times 10^{-3}}{\pi \times 0.05^2} \approx 25.46 \text{ m/s}$$

Logo:

$$F_{s_x} = -\frac{3}{4} 50 \times 25.46 = -954.75 \text{ N}$$

O sinal negativo indica que a força de propulsão tem sentido contrário ao do eixo x adotado.

Capítulo 6 - Escoamentos por Orifícios e Descarregadores

6.1. Resposta:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_t^2}{2g}$$

$$\frac{v_r^2}{2g} = \frac{p}{\gamma} \rightarrow v_r = \sqrt{2 \times 10 \times 3} \approx 7.75 \text{ m/s}$$

$$v_t = \frac{v_r}{C_v} = \frac{7.75}{0.9} \approx 8.61 \text{ m/s}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{8.61^2}{2 \times 10} - 5 \approx -1.29 \text{ m} \rightarrow p_1 = -1.29 \times 10^4 = -12.9 \text{ kPa}$$

$$Q = C_v C_c v_t A_o = 0.9 \times 0.6 \times 8.61 \times 50 \times 10^{-4} \cong 0.0232 \text{ m}^3/\text{s} = 23.2 \text{ L/s}$$

6.2. Resposta:

Reservatório superior:

$$H_0 = H_1$$

$$\frac{p_0}{\gamma} + z_0 = \frac{v_{t_1}^2}{2g}$$

Então:

$$v_{t_1} = \sqrt{2g \left(\frac{p_0}{\gamma} + z_0 \right)} = \sqrt{20 \left(\frac{0.1 \times 10^6}{10^4} + 15 \right)} \approx 22.36 \text{ m/s}$$

$$Q_{t_1} = v_{t_1} \frac{\pi D_{o_1}^2}{4} = 22.36 \frac{\pi \times 0.09^2}{4} \approx 0.1422 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{r_1} = C_{d_1} Q_{t_1} = 0.6 \times 0.1422 \approx 0.0853 \text{ m}^3/\text{s} = Q_{r_2}$$

$$Q_{r_2} = C_{d_2} v_{t_2} \frac{\pi D_{o_2}^2}{4} \rightarrow C_{d_2} = \frac{4Q_{r_2}}{v_{t_2} \pi D_{o_2}^2} \wedge v_{t_2} = \sqrt{2gz_2} = \sqrt{20 \times 9} \approx 13.42 \text{ m/s}$$

$$C_{d_2} = \frac{4 \times 0.0853}{13.42 \times \pi \times 0.1^2} \cong 0.81$$

6.3. Resposta:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_0}{\gamma} = 3.8 \text{ m}$$

$$p_1 + \gamma \times 0.2 - \gamma_m \times 0.2 = p_2$$

$$p_1 = 20000 + 0.2 \times (6 \times 10^4 - 10^4) = 30000 \text{ Pa}$$

$$v_1 = \sqrt{2g \left(\frac{p_0}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma} \right)} = \sqrt{20 \times (3.8 - 3)} = 4 \text{ m/s}$$

$$Q = v_1 A = 4 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s} = 40 \text{ L/s}$$

6.4. Resposta:

$$E = G$$

$$\gamma_{H_2O} V_{sub} = \gamma_{mad} V_{cubo}$$

$$\gamma_{H_2O} A_{base} h_{sub} = \gamma_{mad} A_{base} h \rightarrow h_{sub} = h \frac{\gamma_{mad}}{\gamma_{H_2O}} = 1 \times \frac{8000}{10000} = 0.8 \text{ m}$$

$$V = 4 \times 4 \times 0.8 = 12.8 \text{ m}^3$$

$$Q = \frac{v}{t} = \frac{12.8}{20} = 0.64 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = C_d A_o v_t \wedge v_t = \sqrt{2gh} = \sqrt{20 \times 6.05} = 11 \text{ m/s}$$

$$C_d = \frac{Q}{A_o v_t} = \frac{0.64}{0.1 \times 11} \approx 0.582$$

$$C_v = \frac{C_d}{C_c} = \frac{0.582}{0.6} \approx 0.97$$

6.5. Resposta:

$$v_r = x \sqrt{\frac{g}{2y}} = 4.7 \times \sqrt{\frac{10}{2 \times 1.2}} \approx 9.6 \text{ m/s}$$

$$v_t = \sqrt{2gh} = \sqrt{20 \times 5} = 10 \text{ m/s}$$

$$C_v = \frac{v_r}{v_t} = \frac{9.6}{10} = 0.96$$

$$Q_t = v_t A_o = 10 \times \frac{\pi \times 0.075^2}{4} \approx 0.0442 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C_d = \frac{Q_r}{Q_t} = \frac{28 \times 10^{-3}}{0.0442} \cong 0.634$$

$$C_c = \frac{C_d}{C_v} = \frac{0.634}{0.96} \cong 0.66$$

6.6. Resposta:

$$M = \bar{p}A \times \frac{2}{3}h = \gamma \frac{h}{2}hb \times \frac{2}{3}h = \frac{\gamma b h^3}{2} \rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{3M}{\gamma b}} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 6 \times 10^4}{10^4 \times 2}} \approx 2.1 \text{ m}$$

$$V = 2 \times 2 \times 2.1 = 8.4 \text{ m}^3 \rightarrow Q = \frac{V}{t} = \frac{8.4}{5 \times 60} = 0.028 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_t = \sqrt{2gh} = \sqrt{20 \times 1.8} = 6 \text{ m/s} \rightarrow Q_t = v_t A_o = 6 \times 0.01 = 0.06 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$C_d = \frac{Q}{Q_t} = \frac{0.028}{0.06} \cong 0.467$$

Capítulo 7 - Análise Dimensional

7.1. Resposta:

A viscosidade cinemática é dada por:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Por definição:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Na base FLT, a massa é uma grandeza derivada e deve ser relacionada com as grandezas fundamentais. A equação que permite tal relacionamento é a lei de Newton:

$$F = ma \vee m = \frac{F}{a}$$

A força é uma grandeza fundamental, logo:

$$[F] = F$$

Pela Cinemática, sabe-se que a aceleração é um comprimento dividido por um tempo ao quadrado. Logo:

$$[a] = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$$

Pela Geometria, sabe-se que o volume é um comprimento ao cubo:

$$[V] = L^3$$

Logo:

$$[\rho] = \frac{F}{LT^{-2}L^3} = \frac{F}{L^4T^{-2}} \rightarrow [\rho] = FL^{-4}T^2$$

A viscosidade dinâmica μ pode ser obtida por:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \vee \mu = \frac{\tau}{\frac{dv}{dy}}$$

Mas $\tau = F_t/A$ e, portanto:

$$[\tau] = F/L^2 \vee [\tau] = FL^{-2}$$

O gradiente da velocidade é:

$$\left[\frac{dv}{dy}\right] = \frac{LT^{-1}}{L} = T^{-1}$$

Portanto:

$$[\mu] = \frac{FL^{-2}}{T^{-1}} \vee [\mu] = FL^{-2}T$$

Assim:

$$[\nu] = \frac{FL^{-2}T}{FL^{-4}T^2} = F^0L^2T^{-1}$$

7.2. Resposta:

$$Q = f(D, \rho, p)$$

$$f(Q, D, \rho, p) = 0 \rightarrow f(\pi) = 0$$

Como só existe um adimensional, ele será uma constante.

$$\left. \begin{array}{l} [Q] = L^3T^{-1} \\ [D] = L \\ [\rho] = FL^{-4}T^2 \\ [p] = FL^{-2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} m = n - r = 4 - 3 = 1 \\ \text{Base: } \rho, p, D \end{array}$$

$$\pi = \rho^{\alpha_1} p^{\alpha_2} D^{\alpha_3} Q = (FL^{-4}T^2)^{\alpha_1} (FL^{-2})^{\alpha_2} L^{\alpha_3} L^3T^{-1}$$

$$\pi = F^{\alpha_1 + \alpha_2} L^{-4\alpha_1 - 2\alpha_2 + \alpha_3 + 3} T^{2\alpha_1 - 1}$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 + \alpha_2 = 0 \\ -4\alpha_1 - 2\alpha_2 + \alpha_3 + 3 = 0 \\ 2\alpha_1 - 1 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha_2 = -1/2 \\ \alpha_3 = -2 \\ \alpha_1 = 1/2 \end{array}$$

$$\pi = \rho^{\frac{1}{2}} p^{-\frac{1}{2}} D^{-2} Q = \frac{Q \rho^{\frac{1}{2}}}{D^2 p^{\frac{1}{2}}}$$

$$Q = CD^2 \sqrt{\frac{p}{\rho}}$$

7.3. Resposta:

$$f(v, g, h) = 0$$

$$\pi = g^{\alpha_1} h^{\alpha_2} v \rightarrow \pi = L^{\alpha_1} T^{-2\alpha_1} L^{\alpha_2} L T^{-1} \rightarrow \pi = L^{\alpha_1 + \alpha_2 + 1} T^{-2\alpha_1 - 1}$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 + \alpha_2 + 1 = 0 \\ -2\alpha_1 - 1 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha_2 = -1/2 \\ \alpha_1 = -1/2 \end{array}$$

$$\pi = g^{-\frac{1}{2}} h^{-\frac{1}{2}} v \rightarrow v = \pi \sqrt{gh}$$

$$Q = vA \rightarrow A = \frac{bh}{2} \rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{b}{2h} \rightarrow b = 2h \tan \frac{\alpha}{2} \rightarrow A = \frac{2h \tan \left(\frac{\alpha}{2}\right) \times h}{2} = h^2 \tan \left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$Q = \pi \sqrt{gh} \times h^2 \tan \left(\frac{\alpha}{2}\right) = C g^{\frac{1}{2}} h^{\frac{5}{2}}$$

Capítulo 8 - Semelhança

8.1. Resposta:

Base: ρ, v, L

$$\pi_1 = Eu = \frac{F}{\rho v^2 L^2} \rightarrow k_F = k_\rho k_v^2 k_L^2$$

$$\pi_2 = Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu} \rightarrow k_\nu = k_v k_L$$

$$k_\rho = \frac{1000}{1.2}; k_\nu = \frac{10^{-6}}{10^{-5}} = 0.1; k_v = \frac{6}{30} = 0.2; k_L = \frac{k_\nu}{k_v} = \frac{0.1}{0.2} = 0.5 = \frac{L_m}{L_p} \rightarrow L_p = 2L_m$$

$$\text{Placa com } \begin{cases} l = 1.5 \times 2 = 3 \text{ m} \\ b = 15 \times 2 = 30 \text{ cm} \end{cases}$$

$$k_F = \frac{1000}{1.2} \times 0.2^2 \times 0.5^2 \approx 8.33 = \frac{F_m}{F_p} \rightarrow F_p = \frac{F_m}{8.33} = \frac{15}{8.33} \approx 1.8 \text{ N}$$

8.2. Resposta:

$v, g, L, \nu \rightarrow$ Base: v, L

$$\text{Adimensionais } \begin{cases} Fr = \frac{v^2}{Lg} \rightarrow k_v^2 = k_L k_g \\ Re = \frac{vL}{\nu} \rightarrow k_\nu = k_v k_L \end{cases}$$

$$k_\nu = \sqrt{k_L k_g} = \sqrt{\frac{1}{2} \times 1} \approx 0.707$$

$$k_\nu = 0.707 \times \frac{1}{2} \approx 0.353 \rightarrow \frac{v_m}{v_p} = 0.353 \rightarrow v_m = 3.53 \times 10^{-7} \text{ (água a } 90^\circ\text{C)}$$

8.3. Resposta:

$$\begin{cases} \phi = \frac{Q}{nD^3} = \frac{Q}{\frac{3500}{60} \times 0.15^3} \approx 5.08Q \\ \Psi = \frac{gH_B}{n^2 D^2} = \frac{9.8H_B}{\left(\frac{3500}{60}\right)^2 \times 0.15^2} \approx 0.128H_B \end{cases}$$

Para o protótipo:

$$n_p = \frac{n_m}{2} = \frac{3500}{2} = 1750 \text{ rpm} \wedge D_p = 2D_m = 2 \times 0.15 = 0.3 \text{ m}$$

$$\begin{cases} Q_p = \phi n_p D_p^3 = \phi \times \frac{1750}{60} \times 0.3^3 = 0.7875\phi \\ H_{B_p} = \Psi \frac{n_p^2 D_p^2}{g} = \Psi \times \frac{\left(\frac{1750}{60}\right)^2 \times 0.3^2}{9.8} = 7.8125\Psi \end{cases}$$

Com essas expressões é possível construir a seguinte tabela e, portanto, as curvas da bomba.

Tabela 2 – Curvas característica, universal e semelhante da bomba (fonte: Autor).

$Q \text{ (m}^3/\text{s)}$	0	5×10^{-3}	10×10^{-3}	15×10^{-3}	20×10^{-3}
$H_B \text{ (m)}$	25	24	23	20	14
$\phi \text{ (-)}$	0	0.0254	0.0508	0.0762	0.1016
$\Psi \text{ (-)}$	3.2	3.07	2.94	2.56	1.79
$Q_p \text{ (m}^3/\text{s)}$	0	20×10^{-3}	40×10^{-3}	60×10^{-3}	80×10^{-3}
$H_{B_p} \text{ (m)}$	25	24	23	20	14

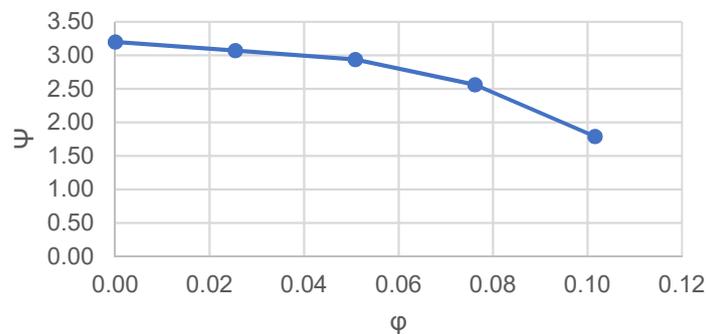


Figura 39 – Resposta à alínea a) (fonte: Autor).

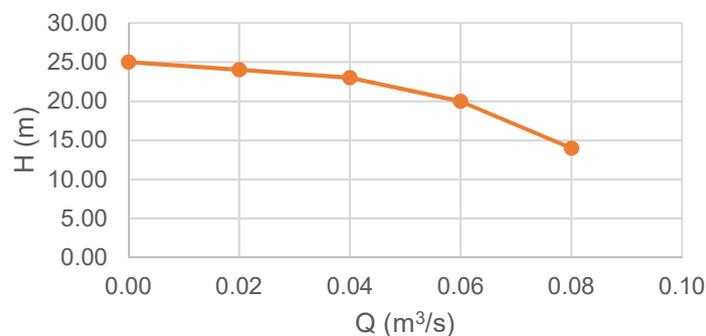


Figura 40 – Resposta à alínea b) (fonte: Autor).

Capítulo 9 - Escoamentos Sob Pressão

9.1. Resposta:

$$\Delta h = ?$$

$$H_0 + H_B = H_7 + H_{p_{0,7}}$$

$$z_1 - z_0 = \Delta h = H_B - H_{p_{0,7}}$$

$$N = \gamma Q H_B \rightarrow H_B = \frac{N}{\gamma Q} = \frac{0.75 \times 10^3}{10^4 \times 3 \times 10^{-3}} = 25 \text{ m}$$

$$H_{p_{0,7}} = \left(f \frac{L}{D_H} + \sum k_s \right) \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 3 \times 10^{-3}}{\pi \times 0.03^2} \approx 4.24 \text{ m/s}$$

$$H_{p_{0,7}} = \left(0.02 \times \frac{12}{0.03} + 5 \right) \frac{4.24^2}{20} \approx 11.7 \text{ m} \rightarrow \Delta h = 25 - 11.7 = 13.3 \text{ m}$$

$$k = ?$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Re = \frac{vD}{\nu} = \frac{4.24 \times 0.03}{10^{-6}} \approx 1.27 \times 10^5 \\ f = 0.02 \end{array} \right. \rightarrow \text{Moody - Rouse: } \frac{D_H}{k} = 2000 \rightarrow k = \frac{D_H}{2000} =$$

$$= \frac{0.03}{2000} = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$h_0 = ?$$

$$H_0 = H_2 + H_{p_{0,2}} \rightarrow z_0 = h_0 = \frac{v^2}{2g} + f \frac{L_{1,2}}{D_H} \frac{v^2}{2g} + k_{s_1} \frac{v^2}{2g} \rightarrow h_0 = \left(1 + f \frac{L_{1,2}}{D_H} + k_{s_1} \right) \frac{v^2}{2g} =$$

$$= \left(1 + 0.02 \times \frac{2}{0.03} + 1 \right) \times \frac{4.24^2}{20} \cong 3 \text{ m}$$

9.2. Resposta:

a)

$$f \frac{L_{eq_2}}{D} \frac{v^2}{2g} = k_{s_2} \frac{v^2}{2g} \rightarrow f = \frac{k_{s_2} D}{L_{eq_2}} = \frac{9 \times 0.04}{18} = 0.02$$

b)

$$H_{p_{1,4}} = f \frac{L_{tot} v^2}{D} \frac{v^2}{2g} \rightarrow L_{tot} = \frac{2gDH_{p_{1,4}}}{fv^2}$$

$$H_{p_{1,4}} = H_1 - H_4 = 56 - 38 = 18 \text{ m}$$

$$v = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 3.8 \times 10^{-3}}{\pi \times 0.04^2} \approx 3 \text{ m/s}$$

$$L_{tot} = \frac{20 \times 0.04 \times 18}{0.02 \times 3^2} = 80 \text{ m}$$

$$L_{1,4} = L_{tot} - L_{eq} - L_{eq_3} = 80 - 18 - 2 = 60 \text{ m}$$

c)

$$h_{s_3} = f \frac{L_{eq_3} v^2}{D} \frac{v^2}{2g} = 0.02 \times \frac{2}{0.04} \times \frac{3^2}{20} = 0.45 \text{ m}$$

9.3. Resposta:

a)

$$\frac{v^2}{2g} = 1.8 \text{ m} \rightarrow v = \sqrt{20 \times 1.8} = 6 \text{ m/s}$$

$$Q = v \frac{\pi D^2}{4} = 6 \times \frac{\pi \times 0.1^2}{4} \approx 0.0471 \text{ m}^3/\text{s} = 47.1 \text{ L/s}$$

b)

$$H_{p_{0,1}} = h_{s_1} + h_{s_2} + h_f$$

$$h_{s_1} = 0.2 \text{ m} \rightarrow \text{da linha da energia}$$

$$h_{s_2} = k_{s_2} \frac{v^2}{2g} = 2 \times 1.8 = 3.6 \text{ m}$$

$$h_f = f \frac{L v^2}{D} \frac{v^2}{2g} = 0.01 \times \frac{50}{0.1} \times 1.8 = 9 \text{ m}$$

$$H_{p_{0,1}} = 0.2 + 3.6 + 9 = 12.8 \text{ m}$$

c)

$$\frac{p_0}{\gamma} = \frac{v_1^2}{2g} + H_{p_{0,1}}$$

$$x = \frac{p_0}{\gamma} = 1.8 + 12.8 = 14.6 \text{ m}$$

d)

$$\frac{p_0}{\gamma} - H_T = \frac{v_1^2}{2g} + H_{p_{0,1}} - h_{s_2}$$

$$H_T = \frac{p_0}{\gamma} - \frac{v_1^2}{2g} - H_{p_{0,1}} + h_{s_2} = 14.6 - 1.8 - 12.8 + 3.6 = 3.6 \text{ m}$$

$$N_T = \gamma Q H_T \eta_T = 10^4 \times 0.0471 \times 3.6 \times 0.9 \times \frac{1}{1000} \cong 1.5 \text{ kW}$$

Capítulo 10 - Escoamento Permanente em Conduas condicionado por Máquinas Hidráulicas

10.1. Resposta:

a)

$$H_0 = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0 = 0 + \frac{0.25 \times 10^6}{10^4} + 10 = 35 \text{ m}$$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{20 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-4}} = 20 \text{ m/s}$$

$$H_1 = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{20^2}{20} + \frac{0.2 \times 10^6}{10^4} + 5 = 45 \text{ m}$$

$H_1 > H_0 \rightarrow$ Escoamento de (5) a (0)

$$H_5 + H_{M_2} + H_{M_1} = H_0 + H_{p_{5,0}} \rightarrow \frac{p_5}{\gamma} + z_5 + H_{M_2} + H_{M_1} = \frac{p_0}{\gamma} + z_0 + H_{p_{5,0}} \rightarrow$$

$$\rightarrow H_{M_1} = \frac{0.25 \times 10^6}{10^4} + 10 + 15 - \frac{0.4 \times 10^6}{10^4} - 5 - 30 = -25 \text{ m}$$

$$H_T = 25 \text{ m}$$

$$N_T = \gamma Q H_T \eta_T = 10^4 \times 20 \times 10^{-3} \times 25 \times 0.8 \times \frac{1}{1000} = 4 \text{ kW}$$

b)

$$\frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + H_{M_1} = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} - H_{M_1} \rightarrow \frac{p_2}{\gamma} = \frac{0.2 \times 10^6}{10^4} - (-25) = 45 \text{ mca}$$

c)

$$H_5 + H_{M_2} = H_2 + H_{p_{5,2}}$$

$$H_{p_{5,2}} = \frac{p_5}{\gamma} + H_{M_2} - \frac{v_2^2}{2g} - \frac{p_2}{\gamma} = \frac{0.4 \times 10^6}{10^4} + 30 - \frac{20^2}{20} - 45 = 5 \text{ m}$$

10.2. Resposta:

a)

$$v_2 = \frac{16 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}} = 8 \text{ m/s} \wedge v_3 = \frac{16 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-3}} = 2 \text{ m/s}$$

$$H_2 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} = \frac{8^2}{20} + \frac{200 \times 10^3}{10^4} = 23.2 \text{ m}$$

$$H_3 = \frac{v_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} = \frac{2^2}{20} + \frac{400 \times 10^3}{10^4} = 40.2 \text{ m}$$

$H_3 > H_2 \rightarrow$ Sentido de (4) para (1)

b)

$$H_{p_{3,2}} = H_3 - H_2 = 40.2 - 23.2 = 17 \text{ m}$$

c)

$$H_2 + H_M = H_1 + H_{p_{2,1}}$$

$$H_M = \frac{p_1}{\gamma} - H_2 + H_{p_{2,1}} = \frac{0.1 \times 10^6}{10^4} - 23.2 + 1 = -12.2 \text{ m (turbina)}$$

$$N_T = \gamma Q H_T = (10^4 \times 16 \times 10^{-3} \times 12.2) \times 10^{-3} \cong 1.95 \text{ kW}$$

d)

$$\frac{p_4}{\gamma} + z_4 = H_3 + H_{p_{4,3}}$$

$$p_4 = \gamma(H_3 + H_{p_{4,3}} - z_4) = 10^4(40.2 + 1 - 5) \times 10^{-6} = 0.362 \text{ MPa}$$

10.3. Resposta:

$$\gamma Q_0 H_0 + \gamma Q_0 H_B = \gamma Q_1 H_1 + \gamma Q_2 H_2 + \gamma Q_0 H_{p_{0,e}} + \gamma Q_1 H_{p_{s,1}} + \gamma Q_2 H_{p_{s,2}}$$

$$\begin{cases} Q_2 = 2Q_1 \\ Q_0 = Q_1 + Q_2 \end{cases} \rightarrow Q_0 = 3Q_1$$

$$\gamma 3Q_1 H_0 + \gamma 3Q_1 H_B = \gamma Q_1 H_1 + \gamma 2Q_1 H_2 + \gamma 3Q_1 H_{p_{0,e}} + \gamma Q_1 H_{p_{s,1}} + \gamma 2Q_1 H_{p_{s,2}}$$

$$3H_0 + 3H_B = H_1 + 2H_2 + 3H_{p_{0,e}} + H_{p_{s,1}} + 2H_{p_{s,2}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 = 0 \\ H_B = 8 \\ H_1 = 7 + \frac{v_1^2}{2g} \\ H_2 = 5 + \frac{v_2^2}{2g} \\ H_{p_{0,e}} = \frac{1}{3} \frac{v_e^2}{2g} \\ H_{p_{s,1}} = 5 \frac{v_1^2}{2g} \\ H_{p_{s,2}} = 1.5 \frac{v_2^2}{2g} \end{array} \right. \rightarrow 3 \times 8 = 7 + \frac{v_1^2}{2g} + 10 + 2 \frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_e^2}{2g} + 5 \frac{v_1^2}{2g} + 3 \frac{v_2^2}{2g}$$

$$7 = 6 \frac{v_1^2}{2g} + 5 \frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_e^2}{2g}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_e = 3v_1 \\ v_2 = 2v_1 \end{array} \right. \rightarrow 140 = 6v_1^2 + 20v_1^2 + 9v_1^2 \rightarrow 35v_1^2 = 140 \rightarrow v_1 = 2 \text{ m/s} \rightarrow v_e = 6 \text{ m/s}$$

$$Q_e = v_e \frac{\pi D_e^2}{4} = 6 \times \frac{\pi \times 0.138^2}{4} \approx 0.0897 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$N_B = \frac{\gamma Q_e H_B}{\eta_B} = \frac{10^4 \times 0.0897 \times 8}{0.48} \times \frac{1}{1000} \cong 15 \text{ kW}$$

Capítulo 11 - escoamentos com Superfície Livre

11.1. Resposta:

a)

$$Q = KSR^{\frac{2}{3}}i^{\frac{1}{2}} \rightarrow 25 = 80 \times \left(\frac{10 + 10 + 2x}{2}\right) \times h \times \left[\frac{\left(\frac{10 + 10 + 2x}{2}\right) \times h}{10 + 2\sqrt{x^2 + h^2}}\right]^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{0.2}{100}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{x}{h} = \frac{1}{3} \rightarrow x = \frac{h}{3}$$

$$80 \times \left(10 + \frac{h}{3}\right) \times h \times \left[\frac{\left(10 + \frac{h}{3}\right) \times h}{10 + 2\sqrt{\frac{10}{9}h^2}}\right]^{\frac{2}{3}} \times (0.002)^{\frac{1}{2}} - 25 = 0 \rightarrow h \cong 0.837 \text{ m}$$

b)

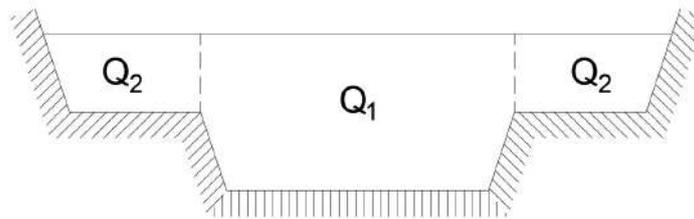


Figura 41 – Repartição do canal (fonte: Autor).

$$Q = Q_1 + 2Q_2$$

$$Q_1 = 80 \times 0.002^{\frac{1}{2}} \times \left[\left(\left(10 + \frac{0.837}{3} \right) \times 0.837 \right) + \left(\left(10 + 2 \times \frac{0.837}{3} \right) \times 2 \right) \right] \times \left\{ \frac{\left[\left(\left(10 + \frac{0.837}{3} \right) \times 0.837 \right) + \left(\left(10 + 2 \times \frac{0.837}{3} \right) \times 2 \right) \right]^{\frac{2}{3}}}{\left[10 + 2\sqrt{\frac{10}{9}0.837^2} \right]} \right\} \approx 197 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = 40 \times 0.002^{\frac{1}{2}} \times \left[\frac{\left(5 + \frac{2}{3} \right) + 5}{2} \times 2 \right] \times \left\{ \frac{\left(\frac{\left(5 + \frac{2}{3} \right) + 5}{2} \right) \times 2}{5 + \sqrt{\left(\frac{2}{3} \right)^2 + 2^2}} \right\}^{\frac{2}{3}} \approx 25 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = 197 + 2 \times 25 = 247 \text{ m}^3/\text{s}$$

11.2. Resposta:

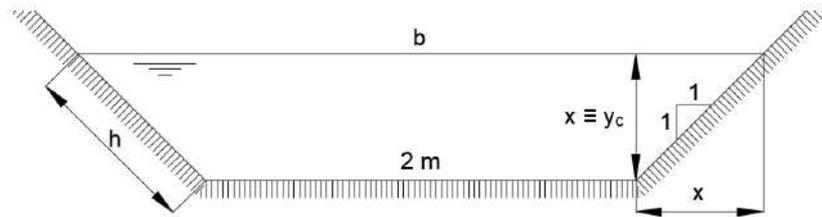


Figura 42 – Esboço do canal (fonte: Autor).

a)

$$\frac{Q}{\sqrt{g}} = S\sqrt{y_c} \wedge y_c = \frac{S}{b}$$

$$\frac{S}{b} = \frac{\left(\frac{b+2}{2} \times x\right)}{b}, \text{ com } b = 2 + 2x \rightarrow \frac{S}{b} = \frac{\left(\frac{2+2x+2}{2} \times x\right)}{2+2x} = \frac{2x+x^2}{2+2x}$$

Então:

$$\frac{15}{\sqrt{10}} = 2x + x^2 \times \sqrt{\frac{2x+x^2}{2+2x}} \rightarrow 2x + x^2 \times \sqrt{\frac{2x+x^2}{2+2x}} - \frac{15}{\sqrt{10}} = 0 \rightarrow x = y_c \cong 1.40 \text{ m}$$

b)

$$U = C \times \sqrt{R} \times i \rightarrow Q = S \times C \times \sqrt{R} \times i$$

$$R = \frac{S}{\chi} = \frac{2x+x^2}{2+2h} \wedge C = \frac{87\sqrt{R}}{C_B + \sqrt{R}} = \frac{87\sqrt{\frac{2x+x^2}{2+2h}}}{0.16 + \sqrt{\frac{2x+x^2}{2+2h}}}$$

$$h^2 = x^2 + x^2 \rightarrow h = \sqrt{2x^2} = x\sqrt{2}$$

Então:

$$(2x+x^2) \times \left(\frac{87\sqrt{\frac{2x+x^2}{2+2x\sqrt{2}}}}{0.16 + \sqrt{\frac{2x+x^2}{2+2x\sqrt{2}}}} \right) \times \sqrt{\frac{2x+x^2}{2+2x\sqrt{2}}} \times 0.003 - 15 = 0 \rightarrow x = y_n \cong 1.30 \text{ m}$$

$$\chi = 2 + 2x\sqrt{2} = 2 + 2 \times 1.30 \times \sqrt{2} \cong 5.68 \text{ m}$$

11.3. Resposta:



Figura 43 – Esboço de descarregador e canal recetor (fonte: Autor).

a)

$$\frac{y_m}{y_j} = \frac{1}{2}(\sqrt{1 + 8Fr} - 1) \wedge Fr = \frac{Q^2 b}{gS^3} = \frac{20^2 \times 4}{9.8 \times (4 \times y_j)^3}$$

Então:

$$\frac{1.2}{y_j} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8 \frac{20^2 \times 4}{9.8 \times (4 \times y_j)^3}} - 1 \right) \rightarrow \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8 \frac{20^2 \times 4}{9.8 \times (4 \times y_j)^3}} - 1 \right) y_j - 1.2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow y_j \cong 1.547 \text{ m}$$

b)

$$\Delta E = E_m - E_j$$

$$E_m = y_m + \frac{Q^2}{2gS_m^2} = 1.2 + \frac{20^2}{2 \times 9.8 \times (1.2 \times 4)^2} \approx 2.086$$

$$E_j = y_j + \frac{Q^2}{2gS_j^2} = 1.547 + \frac{20^2}{2 \times 9.8 \times (1.547 \times 4)^2} \approx 2.08$$

Então:

$$\Delta E = 2.086 - 2.08 = 0.006 \text{ m}$$

c)

$$\begin{cases} U_m = \frac{Q}{S_m} = \frac{20}{4 \times 1.2} \cong 4.17 \text{ m/s} \\ U_j = \frac{Q}{S_j} = \frac{20}{4 \times 1.547} \cong 3.23 \text{ m/s} \end{cases}$$

REFERÊNCIAS

- Area Mecânica. (2011). *Ingeniería Mecánica: Curvas características de una bomba centrífuga (II)*. Obtido de Area Mecânica: <https://areamecanica.wordpress.com/2011/06/16/ingenieria-mecanica-curvas-caracteristicas-de-una-bomba-centrifuga-ii/>
- Baliño, J. L. (2017). *Equações de Navier-Stokes*. São Paulo, Brasil: USP.
- Barbosa, J. N. (1982). *Mecânica dos fluidos e Hidráulica Geral*. Porto Editora.
- Barbosa, J. N. (1985). *Mecânica dos fluidos e Hidráulica Geral 2*. Porto Editora.
- Braga, J. (2014). *Hidráulica II*. U.M.A.
- Brunetti, F. (2008). *Mecânica dos Fluidos* (2ª ed.). São Paulo: Pearson. Prentice Hall.
- Coelho, J. G., Brasil Junior, A. C., & Noleto, L. (2006). *Escoamento Turbulento em Difusores*. Rio de Janeiro: EPTT.
- Costa, A. S. (2003). *Turbinas Hidráulicas e Conduitos Forçados*. Santa Catarina: UFSC. Obtido de <http://www.labspot.ufsc.br/~simoies/dincont/turb-hidr-2003.pdf>
- Costa, T. d., & Lança, R. (2011). *Hidráulica Aplicada*. Faro: Universidade do Algarve.
- Cruz, J. (2006). *Aproveitamentos Hidroelétricos*. Lisboa: IST.
- DRHGSA. (2007). *Capítulo II. Orifícios*. Piauí, Brasil: UFPI. Obtido de <http://leg.ufpi.br/subsiteFiles/ct/arquivos/files/pasta/CAP%202.pdf>
- Eisberg, R., & Resnick, R. (1979). *Física Quântica - Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas* (13ª ed.). Editora Campus.
- Escola da Vida. (2018). *Análise dimensional e leis de semelhança aplicadas as bombas hidráulicas*. Obtido de Escola da Vida: http://www.escoladavida.eng.br/mecfluquimica/analise_dimensional.htm
- Filho, J. G. (2015). *Turbinas Hidráulicas - Tipos e Usos*. Campinas: Universidade Estadual de Campinas. Obtido de <https://docslide.com.br/documents/turbinas-hidraulicas-55ef3ff5660bb.html>
- Fletcher, B. P., & Grace, J. L. (1972). Practical guidance for estimating and controlling erosion at culvert outlets. *U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station*.
- Gaspar, R. (2005). *Mecânica dos Materiais*. São Paulo, Brasil: Centro Universitário Nove de Julho.
- Gobbi, M., Dias, N. L., Mascarenhas, F., & Valentine, E. (2011). *Introdução à Mecânica dos Fluidos e aos Fenómenos de Transporte*. Paraná, Brasil: UFRP.
- Henn, É. A. (2006). *Máquinas de Fluido* (2ª ed.). Santa Maria: UFSM.
- Henriques, J. D., Palma, J. C., & Ribeiro, Á. S. (2006). *Medição de caudal em sistemas de abastecimento de água e de saneamento de águas residuais*. Lisboa: LNEC.
- Ignácio, R. F., & Nóbrega, R. L. (2004). *Mecânica dos Fluidos. Análise Dimensional e Semelhança Dinâmica*. Paraíba, Brasil: AERH. UFCG.
- Junior, L. B. (2005). *Orifícios, Bocais e Tubos curtos*. Goiânia - GO, Brasil: PUC Goiás.
- Junior, N. V., & Colvara, L. D. (2010). Os modelos mentais de alunos em relação a vetores em duas e três dimensões: uma análise da dinâmica da aprendizagem e da inadequação das avaliações tradicionais. *Ciências & Cognição*, 55-69. Obtido de <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/cc/v15n2/v15n2a06.pdf>
- KSB. (2003). *Manual de Treinamento. Seleção e Aplicação de Bombas Centrífugas*. KSB. Obtido de <https://pt.slideshare.net/EvandroTP/ksb-manual-de-selecao-e-aplicacao>

- Lencastre, A. (1972). *Manual de Hidráulica Geral*.
- Lencastre, A. (1983). *Hidráulica Geral*. Lisboa: Hidroprojeto.
- Lewis, E. V. (1988). *PNA - Principles of Naval Architecture, Volume I - Stability and Strength*. New Jersey, USA: SNAME.
- Manzanares, A., & Quintela, A. (1980). *Hidráulica Geral II. Escoamentos Líquidos*. Lisboa: AEIST.
- Martins, M. R. (2010). *Hidroestática e Estabilidade*. São Paulo, Brasil: USP. Obtido de http://www.ndf.poli.usp.br/~gassi/disciplinas/pnv2341/Martins_2010_Hidrost%C3%A1tica_e_Estabilidade_PNV2341.pdf
- Mata-Lima, H. (2010). *Apontamentos de Hidráulica*. Funchal: UMA.
- Mendonça, F. C. (2015). *Hidrometria*. São Paulo, Brasil: USP. Obtido de http://www.esalq.usp.br/departamentos/leb/disciplinas/Fernando/leb472/Aula_12/Aula%2012_Hidrometria.pdf
- Nalluri, C., & Featherstone, R. (2001). *Civil engineering hydraulics: essential theory with worked examples*. Wiley-Blackwell.
- NETeF. (2012). *Análise Dimensional e Semelhança*. São Paulo, Brasil: USP. Obtido de <http://www2.eesc.usp.br/netef/Oscar/Aula23>
- Netto, A. (1998). *Manual de Hidráulica*. Edgard Blucher Ltda.
- Oliveira, R. J. (2007). *Cavitação: Como entender este fenômeno? Como identificar?* Minas Gerais: MGS - Tecnologia.
- Pacífico, A. L. (2016). *Introdução à Cinemática dos Flúidos*. São Paulo, Brasil: USP.
- Peterka, A. J. (1958). *Hydraulic design of stilling basins and energy dissipators*.
- Pinho, J. L., Vieira, J. M., & Lima, M. M. (2011). *Apontamentos para as Aulas de Hidráulica Geral I & II*. Minho: Universidade do Minho.
- Pontes, J. d., & Mangiavacchi, N. (2013). *Fenômenos de Transferência Com Aplicações às Ciências Físicas e à Engenharia* (Vol. I). Rio de Janeiro: UFRJ.
- Pordeus, R. V. (2015). *Nota de Aula: Fenômenos de Transporte. Mecânica dos Fluidos. Tipos de Regime de Escoamento*. Rio Grande do Norte, Brasil: UFRSA. Obtido de <http://www2.ufersa.edu.br/portal/view/uploads/setores/111/CAP%20V%20TIP OS%20E%20REGIME%20DE%20ESCOAMENTO.pdf>
- Queiroz, G. (2017). *Vertedores*. Minas Gerais, Brasil: UFOP. Obtido de <http://www.em.ufop.br/deciv/departamento/~gilbertoqueiroz/CIV225-Vertedores.pdf>
- Quintela, A. d. (2005). *Hidráulica* (9ª ed.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Ramalho, F. J., Nicolau, G. F., & Toledo, P. A. (2015). *Os Fundamentos da Física* (11ª ed.). São Paulo, Brasil: Moderna.
- Rijo, M. (2010). *Canais de Adução - Projecto, Operação, Controlo e Modernização* (1ª ed.). Lisboa: Edições Sílabo.
- Silva, G. Q. (2014). *Estudo dos Orifícios e Bocais*. Minas Gerais, Brasil: UFOP.
- Simões, J. G. (2011). *Condutos livres. Escoamento uniforme em canais*. São Paulo, Brasil: Unisanta.
- Smith, H. (1886). *Hydraulics: The Flow of Water Through Orifices, Over Weirs, and Through Open Conduits and Pipes*. Truebner and co.
- Soares Júnior, R. L. (2013). *Projeto Conceitual de uma Turbina Hidráulica a ser Utilizada na Usina Hidrelétrica Externa de Henry Borden*. Rio de Janeiro: UFRJ.

- Soares, A. S. (2014). *Análise Experimental das Condições de Escoamento Superficial em Zonas Urbanas na Presença de Viaturas*. Lisboa: UNL.
- Soares, H. (2011). *Hidráulica Geral*. Minas Gerais, Brasil: UFJF. Obtido de <http://slideplayer.com.br/slide/5382800/>
- Tavares, I. T. (2014). *A Influência de Difusor na Eficiência de uma Turbina Hidráulica*. Brasília, DF: UnB.
- Teixeira, E. (2003). *Previsão dos valores de pressão junto ao fundo em bacias de dissipação por ressalto hidráulico*. Rio Grande do Sul, Brasil: UFRGS.
- UALG. (2018). *Guia do princípio de Arquimedes*. Obtido de UALG. Guias: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Impuls%C3%A3o>
- UEL. (2017). *Resumo de Hidráulica - Introdução*. Obtido de ebah: <http://www.ebah.pt/content/ABAAAAICkAF/resumo-hidraulica-introducao?part=3>
- Universidade Federal do ABC. (2013). *Alimentação via turbo-bombas*. Universidade Federal do ABC. Obtido de <https://pt.slideshare.net/edpackness/liquid-propellant-rocket-engine-motor-foguete-liquido-part11>
- Vasconcelos, M. M. (2005). *Hidráulica Geral I*. Évora: Universidade de Évora.
- Villa, A. A. (2011). *Análise Dimensional e Semelhança*. Pernambuco, Brasil: UFPEP.
- White, H. E. (1948). *Modern College Physics*. van Nostrand.